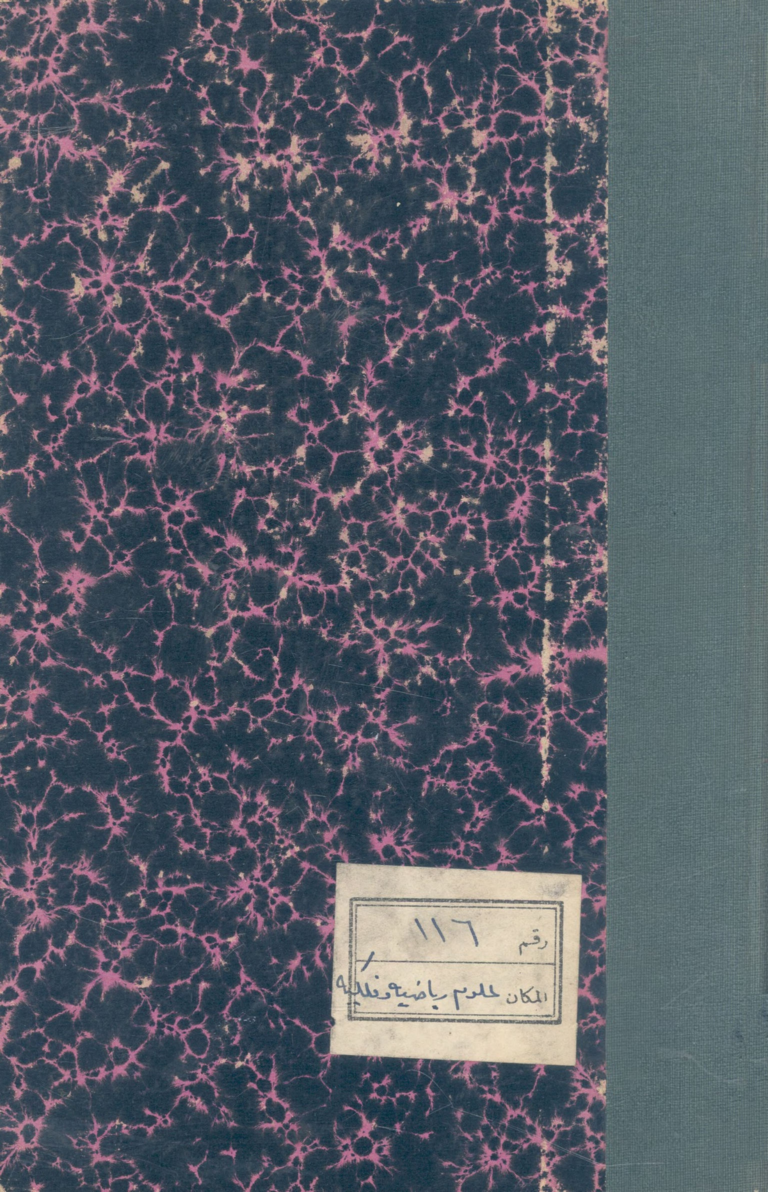

رقم ١١٦
المكان علوم رياضية وفلكية

الجزء الاول

من

تحفة الطلاب في علم الحساب

تأليف

المرحوم احمد بك نظيم

ناظر المدرسة الخديوية

وهو مقرر السنة الاولى من التعليم التجهيزى

قررت نظارة المعارف العمومية بتاريخ ١٨ دسمبر سنة ١٨٩٢ نمرة ٢٨٤
لزوم طبع هذا الكتاب على نفقتها وتدريسه بالمدارس الاميرية

(الطبعة الثانية)
بالمطبعة الكبرى الاميرية ببولاق مصر المحمية
سنة ١٨٩٤ افرنجيه



بسم الله الرحمن الرحيم

نحمدك يا من نعمك لا يحصيها حساب الحاسبين ولا يقوم بواجبها شكر الشاكرين ونصلي ونسلم على سيدنا محمد أس شرعك الاقوم وقاسم نوالك الاعظم وعلى آله الذين سادوا بنسبتهم اليه وأصحابه الذين نالوا درجات السعادة في العاجلة والآجلة باعتمادهم في المهمات عليه (وبعد) فلما كان علم الحساب من العلوم المفيدة للطلاب اذ به تنمو الادراكات وتتزايد المعلومات وكانت الكتب الموجودة مع بعدها عن الغاية المقصودة قليلة الجدوى صعبة المأخذ أمرت أن أؤلف كتابا سهل المنال واضح المثال موصلا للمطلوب على نمط سهل مرغوب لتلامذة المدارس الاميرية التجهيزية في ظل ساحة الحضرة الفخيمة الخديوية مليكنا الاعظم وخديونا الافخم الذي لم يأل جهدا في نشر المعارف في أنحاء البلاد وبث روح التقدم بين العباد ولي نعمتنا (عباس باشا حلمي الثاني) منح الله الامة بنور عدله وكمال حزمه جميع الاماني وحرسه بعين عنايته وقوى دولته بدوام صولته فترقى الامة بكمال حزمه وقوة عزمه مجدة في الحصول على المعارف مستظلة بظلاله الوارف فشمرت عن ساعد الجد امتثالا للمقال وتحقيقا للآمال فجاء بمعونة الله كفيلا بالافادة موفيا بالغاية وزيادة وسميته (تحفة الطلاب في علم الحساب) وقلت وعلى الله الاعتماد

احمد نظيم
ناظر المدرسة الخديوية

الجزء الاوّل

من تحفة الطلاب في علم الحساب

الباب الاول

(في التعاريف الاوّلية والعدّية وعمليات الحساب الاربعة الاصلية)

الفصل الاول

(في التعاريف الاوليّة)

(١) الحساب هو علم يبحث فيه عن معرفة الاعداد واجراء العمليات المختلفة عليها

(٢) الكم أو الكمية كل ما قبل الزيادة والنقص مثل الطول والسطح والزمن والثقل ونحوها

(٣) الوحدة أو الاحد كمية مصطلح عليها تؤخذ قياسا لكميات أخرى متحدة الجنس مثل الذراع والقصبة والمتر ونحوها

(٤) العدد هو نتيجة تقدير الكم بالاحد

فان دلت تلك النتيجة على احتواء الكم للاحد مرة أو عدة مرات صحيحة سميت عددا صحيحا وحينئذ فالعدد الصحيح هو واحد أو عدة وحدات متساوية المقدار

وان دلت على أن الكمية أقل من الاحد سميت كسرا وحينئذ فالكسر هو ما دون الواحد

وان دلت على احتواء الكم للاحد مرة أو عدة مرات صحيحة وعلى مقدار أقل من الواحد سميت عددا كسريا وحينئذ فالعدد الكسري هو ما تألف من عدد صحيح وكسر

والعدد ان لم يذكر جنس آحاده عند النطق به سمي مبهما كخمسة مثلا أما ان ذكر جنس آحاده عند النطق به فانه يسمى مميزا كخمسة أرطال مثلا

الفصل الثاني

(في العدّية أو العدّ)

(٥) العدية كيفية الغرض منها تأليف الاعداد وتسميتها ورسمها بأشكال

(فى تأليف الاعداد)

(٦) تتألف الاعداد بضم الواحد الى نفسه والى كل ناتج يحدث ومن هذا يعلم أنها غير متناهية لانه مهما كان العدد الناتج من التأليف كبيرا فانه اذا ضم اليه واحد يحدث عدد أكبر منه

(فى تسمية الاعداد أو العدية اللفظية أو الهوائية)

(٧) قد علمت من كيفية تأليف الاعداد أنها غير متناهية وبذا يتعذر بل يستحيل اعطاء كل منها اسما يخصه لكنهم توصلا للغرض اتفقوا على استعمال ألفاظ قليلة يتيسر بها تسمية جميع الاعداد الممكنة كما سنبينه

أولا — انهم أعطوا التسعة أعداد الاول الالفاظ التسعة الآتية على الترتيب وهى
واحد اثنان ثلاثة أربعة خمسة ستة سبعة ثمانية تسعة (وسموا هذه الاعداد بالآحاد البسيطة الاصلية)

ثانيا — انهم أعطوا العدد المتكون من اضافة الواحد الى تسعة اسم عشرة وجعلوه نوعا جديدا من الوحدة وعدوا به من عشرة الى تسع عشرات كما عدوا بالآحاد البسيطة فقالوا عشرة عشرون ثلاثون أربعون خمسون ستون سبعون ثمانون تسعون (وسموا هذه الاعداد بالعشرات)

ثالثا — انهم اتفقوا على تسمية الاعداد المتوسطة بين كل عشرة والتى تليها بواسطة ضم أسماء التسعة أعداد الاول الى كل اسم من أسماء العشرة والعشرين الى التسعين فقالوا مثلا أحد عشر اثنى عشر واحد وعشرين وهكذا الى تسعة وتسعين

رابعا — انهم أعطوا للعدد المتكون من اضافة الواحد الى عدد تسعة وتسعين اسم مائة أو عشر عشرات وجعلوه نوعا جديدا من الوحدة وعدوا به من المائة الى تسع مئات كما عدوا بالآحاد البسيطة وبالعشرات فقالوا مائة مائتين ثلاثمائة أربعمائة خمسمائة ستمائة سبعمائة ثمانمائة تسعمائة (وسموا هذه الاعداد بالمئات) ثم انه باضافة أسماء التسعة وتسعين عددا الاول الى كل من مائة ومائتين الى تسعمائة قد تحصلوا على أسماء جميع الاعداد من مائة وواحد الى تسعمائة تسعة وتسعين

خامسا — انهم أعطوا للعدد المتألف من ضم الواحد الى عدد تسعمائة تسعة وتسعين اسم الالف أو عشر مئات وجعلوه وحدة جديدة أيضا وعدوا به من ألف الى تسعة آلاف

فقالوا ألف ألفان ثلاثة آلاف أربعة آلاف خمسة آلاف ستة آلاف سبعة آلاف ثمانية آلاف تسعة آلاف (وسموا هذه الاعداد بالالوف) ثم انه باضافة أسماء التسعمائة وتسعة وتسعين عدد الاول الى كل من ألف وألفين وهكذا الى تسعة آلاف قد توصلوا الى تسمية جميع الاعداد من ألف وواحد الى تسعة آلاف وتسعمائة وتسعة وتسعين

سادسا — حيث قد علم مما تقدم أن اجتماع كل عشرة آحاد من أى مرتبة كانت يتحصل منه نوع جديد من الوحدة فكان يجب بالقياس على ذلك اعطاء العدد المؤلف من ضم الواحد الى عدد تسعة آلاف وتسعمائة تسعة وتسعين اسما يخصه لكنهم اصطلحوا لاجل الاختصار فى التسمية على اعتبار الالف وحدة جديدة أصلية وعدوا بآحاد الالف وعشراته ومئاته كما عدوا بالآحاد البسيطة وعشراتها ومئاتها وبهذه الطريقة قد توصلوا الى تسمية جميع الاعداد من عشرة آلاف وواحد الى تسعمائة تسعة وتسعين ألفا وتسعمائة وتسعة وتسعين

سابعا — انهم أعطوا للعدد المتألف من ضم الواحد الى عدد تسعمائة وتسعة وتسعين ألفا وتسعمائة وتسعة وتسعين اسم مليون أو ألف ألف وجعلوه وحدة جديدة وعدوا بآحاده وعشراته ومئاته من مليون الى ألف مليون وجعلوا هذا العدد الاخير وحدة جديدة وسموها بليونا ثم انهم جعلوا من ألف بليون وحدة أخرى جديدة وسموها ترليونا وهكذا

ومقتضى ما ذكر فى طريقة العدية الهوائية أن اسم أى عدد من هذه الاعداد لا يتحقق الا بضم عدد تسعمائة وتسعة وتسعين الاول الى ألف أو مليون أو بليون وهكذا بشرط أن لا يكون منطوق كل عدد منها دالا على أكثر من تسع آحاد وتسع عشرات وتسع مئات من كل نوع ومن ثم سميت الوحدة الاصلية التى يتوصل بها الى تأليف جميع الاعداد بالوحدة البسيطة أو وحدة المرتبة الاولى وسميت العشرات بآحاد المرتبة الثانية والمئات بآحاد المرتبة الثالثة والالوف بآحاد المرتبة الرابعة وعشرات الالوف بآحاد المرتبة الخامسة وهكذا

ثم ان الوحدات الاولية أو وحدات المرتبة الاولى والالوف أو وحدات المرتبة الرابعة والملايين أو وحدات المرتبة السابعة الخ تسمى وحدات المراتب أو الفصول الثلاثية لانها تتتابع ثلاثة ثلاثة والفصول الثلاثية التى اتفق على تسميتها اثنا عشر وهى آحاد ألوف مليون بليون تريليون كاتريليون سنكليون سيسليون سبتليون ويتليون نوفليون ديشليون

(فى رسم الاعداد بالاشكال أو العددية الوضعية أو الغبارية)

(٨) لما سلك علماء الحساب مسلك الايجاز والاختصار فى تسمية الاعداد رأوا من الواجب أن يسلكوا هنا أيضا عين هذا المسلك طلبا للسرعة فى اجراء الاعمال وكما أنهم استعملوا لاجل النطق بالاعداد تسعة كلمات اخترعوا أيضا لاجل كتابتها تسع اشارات أو أرقام وكما أنه يحدث من اجتماع أسماء الاعداد التسعة مع أسماء آحاد المراتب المختلفة أسماء جميع الاعداد اصطلحوا أيضا على أن الارقام الموضوعة بجانب بعضها تدل بالنظر لذاتها على عدد وحدات كل نوع وبالنظر لوضعها على مرتبة تلك الوحدات وهاك بيان الارقام التسعة المذكورة.

٩ ٨ ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١

وهى عبارة عن

واحد اثنان ثلاثة أربعة خمسة ستة سبعة ثمانية تسعة

فاذا أريد كتابة أى عدد توضع الارقام الدالة على مقدار وحدات كل مرتبة من مراتبه المشتمل عليها بجانب بعضها بحيث يكون رقم الآحاد البسيطة أو آحاد المرتبة الاولى فى الخانة الاولى من الجهة اليمنى ورقم العشرات أو آحاد المرتبة الثانية فى الخانة الثانية على يسار الخانة الاولى ورقم المئات أو آحاد المرتبة الثالثة فى الخانة الثالثة على يسار الثانية وهكذا فعلى هذا يكتب عدد تسعة آلاف وخمسمائة سبعة وستين هكذا

٩٥٦٧

فاذا لم يحتو العدد الملفوظ به على وحدات جميع المراتب التى تكون دون مرتبة آحاده العليا فانه يوضع محلها هذه العلامة (٠) ويعبر عنها بصفر وهو لاقيمة له فى نفسه وانما فائدة وضعه حفظ محل مالم يوضع من الارقام التى هى ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٥ و ٦ و ٧ و ٨ و ٩

فعلى مقتضى ماذكر يكتب عدد تسعمائة وخمسة المؤلف من تسع مئات وخمسة آحاد بدون عشرات هكذا ٩٠٥

(٩) وعلى العموم اذا أريد كتابة أى عدد ملفوظ به توضع الارقام الدالة على وحدات مراتبه التى يحتوى عليها من مئات كل مرتبة ثلاثية وعشراتها وآحادها متتالية بعضها بجانب بعض بالابتداء من الجهة اليسرى وتوضع أصفار فى محل الآحاد أو العشرات أو المئات التى تكون معدومة من العدد المفروض فعلى مقتضى ماذكر يكتب عدد تسعمائة وسبعة ملايين وخمسمائة وثلاثة هكذا ٩٠٧٠٠٠٥٠٣

(١٠) لقراءة أى عدد مكتوب يقسم الى فصول ثلاثية الارقام من اليمين الى اليسار وقد يكون الفصل الاخير من الجهة اليسرى لا يحتوى الا على رقم أو رقمين فقط ثم يبتدأ من اليمين الى اليسار بقراءة كل فصل على حدته ويذكر فى الآخر اسم آحاده

فاذا أريد قراءة عدد ٩٠٧٠٠٠٥٠٣ نطق به هكذا تسعمائة وسبعة ملايين وخمسمائة وثلاثة آحاد

والطريقة التى تكلمنا عليها فى العدّية تسمى بالطريقة العشرية لان المستعمل فيها عشرة أرقام ولذا قيل ان أساسها عشرة

(١١) ومما تقدم ينتج

أوّلا ــ أن لكل رقم من أى عدد قيمتين احداهما القيمة المطلقة وهى المتعلقة بذاته من حيث دلالته على الوحدات المتألف منها وثانيتهما القيمة النسبية وهى المتعلقة بالرتبة التى يشغلها الرقم

ثانيا ــ اذا وضع صفر أو صفران أو عدة أصفار على يسار أى عدد أو حذفت من يساره فان قيمة العدد لا تتغير بخلاف ما اذا كانت تلك الاصفار الموضوعة أو المحذوفة من يمينه فان ذلك مما يكبر قيمة العدد أو يصغرها عما كانت عليه بعشر مرات أو بمائة مرة أو بألف مرة

فاذا وضع صفران على شمال عدد ٢٤٨ بان صار ٠٠٢٤٨ فان قيمته لا تتغير لان كل رقم من أرقامه لا يزال شاغلا المنزلة التى كان يشغلها أولا بخلاف ما اذا وضع الصفران على يمينه بأن صار ٢٤٨٠٠ فان قيمته كبرت عن أصلها مائة مرة لان كل رقم من أرقامه ٨ و ٤ و ٢ قد دل على آحاد أكبر من آحاده بمائة مرة والعكس للعكس

الفصل الثالث

(فى عمليات الحساب الاصلية)

(١٢) للحساب أربع عمليات أصلية هى الجمع والطرح والضرب والقسمة فالجمع والضرب لتركيب الاعداد والطرح والقسمة لتحليلها واجراء هذه العمليات يسمى حسابا

(١٣) كل عملية من العمليات المبنى عليها هذا العلم تتضمن أربعة أشياء هى الغرض والقاعدة والبرهان والميزان فالغرض من أى عملية هو المقصود منها والقاعدة هى الوسائط المستعملة للوصول الى ذلك الغرض والبرهان ما بواسطته يكون اثبات الطرق المستعملة للوصول الى الغرض والميزان عملية ثانية مجعولة لتحقيق صحة العملية الاولى.

(فى الجـــــــمع)

(١٤) الجمع عملية الغرض منها تحصيل عدد يسمى مجموعا يحتوى على وحدات عددين أو جملة أعداد مفروضة من نوع واحد

يستدل على الجمع بهذه العلامة + وتسمى زائد فالمقدار ٣ + ٤ يراد به لزوم ضم عدد ٣ الى عدد ٤

ينتج من تعريف الجمع أنه اذا أريد ضم عدد الى آخر يحلل أحدهما وليكن الاصغر مثلا الى وحداته المتألف منها ثم تضم على التوالى واحدا بعد آخر الى العدد الثانى

(١٥) وهذه الطريقة وان لم يظهر فيها صعوبة كبرى عندما يراد جمع عددين بسيطين مثل ٣ و ٤ غير أن تلك الصعوبة تظهر عندما يكون العددان أو الاعداد المراد جمعها كبيرة ففى هذه الحالة يحصل المجموع الكلى بواسطة مجموعات جزئية مختصرة وذلك بأن تجمع الآحاد والعشرات والمئات الخ المؤلف منها جميع الاعداد المطلوب جمعها كل منها على حدتها ولسهولة العمل توضع الاعداد المفروضة تحت بعضها على وجه بحيث تكون الآحاد المتحدة المنزلة متحاذية فى عمود رأسى ولنمثل لذلك بمثالين

الاول ـ أن يكون المطلوب جمع عددى ٦٤ و ٣٢ نضعهما هكذا

$$\begin{array}{r} ٦٤ \\ ٣٢ \\ \hline ٩٦ \end{array}$$

ثم نقول ٤ آحاد و ٢ آحاد يحصل ٦ آحاد نضعها تحت عمود الآحاد ثم نقول ٦ عشرات و ٣ عشرات يحصل ٩ عشرات نضعها تحت عمود العشرات وعلى ذلك يكون ٩٦ هو المجموع المطلوب

والمعتاد فى كل جمع جزئى الاستغناء عن التصريح باسم جنس الآحاد التى يجرى فيها العمل ولذا يقال ٤ و ٢ يحصل ٦ و ٦ و ٣ يحصل ٩

المثال الثانى ـ أن يكون المطلوب تحصيل مجموع الاعداد ٤٥٢٣٧ و ٤٥٦ و ٨٧٣٢٧ و ٨٤ فنضعها هكذا

$$\begin{array}{r} ٤٥٢٣٧ \\ ٠٠٤٥٦ \\ ٨٧٣٢٧ \\ ٨٤ \\ \hline ١٣٣١٠٤ \end{array}$$

ثم نقول ٧ و ٦ يحصل ١٣ و ٧ يحصل ٢٠ و ٤ يحصل ٢٤ فنضع ٤ فى منزلة الآحاد ونحفظ ٢ عشرات لنضيفها الى عشرات الاعداد المفروضة ثم نقول معنا ٢ و ٣ يحصل ٥ و ٥ يحصل ١٠ و ٢ يحصل ١٢ و ٨ يحصل ٢٠ وحيث ان ٢٠ عشرات تعادل . عشرات + ٢ مئات فنضع . فى منزلة العشرات ونحفظ ٢ مئات لنضيفها الى مئات الاعداد المفروضة ثم نقول معنا ٢ و ٢ يحصل ٤ و ٤ يحصل ٨ و ٣ يحصل ١١ وحيث ان ١١ مئات تعادل ١ مئات + ١ ألوف فنضع ١ مئات تحت عمود المئات ونحفظ ١ ألوف لنضيفه الى ألوف الاعداد المفروضة ثم نقول معنا ١ و ٥ يحصل ٦ و ٧ يحصل ١٣ وحيث ان ١٣ ألوف تعادل ٣ ألوف + ١ عشرات ألوف فنضع ٣ تحت عمود الالوف ونحفظ ١ عشرات ألوف لنضيفه على عشرات ألوف الاعداد المفروضة ونقول معنا ١ و ٤ يحصل ٥ و ٨ يحصل ١٣ وحيث ان العدد ١٣ يعادل ٣ عشرات ألوف + ١ مئات ألوف فيوضع ٣ محل عشرات الالوف ويوضع الواحد محل مئات الالوف ويكون عدد ١٣٣١٠٤ هو المجموع المطلوب

(١٦) وعلى العموم اذا أريد جمع جملة أعداد نضعها تحت بعضها بحيث تكون آحادها المتحدة المنزلة فى عمود رأسى ونرسم تحتها مستقيما أفقيا ليفصلها من الحاصل ونبتدئ الجمع من جهة اليمين من عمود الآحاد فان لم يتجاوز ٩ وضعت النتيجة تحت العمود المذكور والا لم نضع تحته غير آحاده ثم نحفظ العشرات لنضيفها الى عمود العشرات ونجرى العملية على هذا العمود كما أجريناها على عمود الآحاد ونستمر على هذا المنوال حتى نصل الى العمود الاخير فنضع تحته جملته بتمامها

(١٧) لما كان العدد المتحصل من هذه العملية مؤلفا من جميع وحدات المنازل المختلفة للاعداد المفروضة فيكون هو ضرورة حاصل الجمع المطلوب

(١٨) قد اشترطنا عند اجراء عملية الجمع أن الابتداء بها يكون من جهة اليمين وذلك لانه يتحصل بهذه الكيفية من جمع كل عمود رقم من الحاصل المطلوب

ولا يتأتى ذلك دائما اذا كان الابتداء من جهة اليسار لانه فى صورة ما اذا كان تحصل من جمع أحد الاعمدة أكثر من ٩ آحاد فانه يلزم وضع الآحاد واضافة العشرات الزائدة الى الرقم الموضوع تحت العمود الذى قبله وهذا لا يتأتى الا اذا تغير الرقم المذكور

وهاك مثالا لذلك

٨٧٣٩
٩٦٧٨
٦٨٩٧
―――
٢٣١٩٤
٢١٢
―――
٢٥٢١٤
١
―――
٢٥٣١٤

(١٩) يكفى فى ميزان عملية الجمع اعادة العمل على عكس عملية الجمع المعتـادة بمعنى أنه اذا كان الجمع قد أجرى من أعلى الى أسفل فان الميزان يجرى من أسـفل الى أعلى فان تساوى المجموعان فلا يكون فى العمليـــة غلط كما فى هـــذا المثـال

٦٥٨٨
―――
٠٩٢٧
٤٣
٥٦١٨
―――
٦٥٨٨

وقد يقع الغلط فى عمليــة الميزان الجديدة بل ربمـا يكون الغلط الواقع فى العمليتين واحدا فعلى هذا لا يكون الغرض من ميزان العملية الا تقريب نتيجتها الى العقل تقريبا كليا

(الـكلام على المسـائل)

(٢٠) لكل مسئلة حل وحلها افادة جوابها
ويلزم لحل أى مسـئلة حسابيـة أمران أحدهما ترتيب ما يلزم لتحصـيل النتيجة المطلوبة ويسمى ذلك بترتيب السؤال والثانى اجراء عملية حلها

(٢١) وليست الصعوبة فى حل مسـئلة اجراء العملية الموصلة للحل بل الصـعوبة فى نفس ترتيب حلها اذ لا قاعدة لذلك انما ادراك هـذا الترتيب يكون باسـتعداد طبيعى يكتسـبه الطالب من كثرة ممارسته لحل المسائل لكن الواجب لتسهيل وسائط ذلك أن يتصوّر المطلوب فى عملية أى حسـبة وأن يتأمل فى السؤال تأملا جيدا لينظر ما يوافق من الاعمـال لارتباط المقادير المعلومة بالمقـادير المطلوبة فتى نيل هذا المقصود سهل حل المسئلة لانه لا يبقى بعد ذلك غير عملية الحسابات المنوطة بطرق علم الحساب

(فى مسائل الجمع)

(٢٢) ولنسرد بعض مسائل الجمع فنقول

(١) أحد السواحين سافر خمسة أيام فقطع فى أول يوم ٢٥ ميلا وفى الثانى ٢٧ ميلا وفى الثالث ١٩ ميلا وفى الرابع ٣٠ ميلا وفى الخامس ٢٤ ميلا والمطلوب معرفة مقدار طول الطريق التى قطعها

فالجواب أن مقدار طول الطريق يعرف بجمع المسافات التى قطعها فى الايام الخمسة وحينئذ اذا جمعت الاعداد ٢٥ و ٢٧ و ١٩ و ٣٠ و ٢٤ يعلم أن مقدار طول الطريق التى قطعها السائح هو ١٢٥ ميلا

(٢) اشترى أحد الملتزمين ضيعة فدفع فى ثمن أشجارها مبلغ ٧٥٦٤٥ غرشا وفى ثمن مواشيها مبلغ ٤٥٦٧ غرشا وفى ثمن آلات زراعتها مبلغ ٨٦٨٩ غرشا وفى ثمن البيوت الموجودة بها مبلغ ٦٨٤٦٤ غرشا و بلغت مصاريف الحجج مبلغ ٦٥٢٣ غرشا وقيمة أتعاب السماسرة مبلغ ٨٥٩ غرشا فكم غرشا تكلفت عليه هذه الضيعة

فالجواب أن مقدار الغروش التى صرفها الملتزم لحصوله على الضيعة يعرف بجمع المبالغ التى صرفها فى جميع شؤونها فاذا جمعت هذه الاعداد يعلم أن عدد ١٦٤٧٤٧ غرشا هو مقدار ما تكلفته الضيعة على الملتزم

(٣) رجل ذو عائلة مصروفه السنوى كما يأتى ٢٧٦٥٢ غرشا فى أثمان المأكولات و ٦٨٥٤ غرشا فى أثمان الملبوسات و ٤٦٨٣ غرشا فى أجرة مسكن و ٦٣٤٧ غرشا فى ماهيات خدم و ٤٦٥ غرشا فى مصاريف سائرة فكم مصروف هذا الرجل مدة السنة

فالجواب أن مقدار ما يصرفه الرجل المذكور مدة السنة يعلم متى جمعت جميع المبالغ التى يصرفها فى احتياجاته المختلفة على بعضها وبناء عليه يكون مبلغ ٤٦٠٠١ غرشا هو القيمة المطلوبة

(مسائل يطلب حلها)

(١) اشترى أحد التجار أربع قطع من البن زنة الاولى ٥٧ رطلا وزنة الثانية ٦٣ رطلا وزنة الثالثة ٤٨ رطلا وزنة الرابعة ٦٨ رطلا والمطلوب معرفة زنة القطع التى اشتراها

الجواب ٢٣٦ رطلا

(٢) سئل رجل عن عمره فقال البالغ سنى ٨ سنوات دخلت المدرسة الابتدائية ومكثت بها ٥ سنوات حتى أتممت دروسها ثم انتقلت الى المدرسة التجهيزية ولم أخرج منها

الا بعد أن أتممت بها ٤ سنوات ثم مكثت أيضا ٦ سنوات بمدرسة الطب ولى بعد أن خرجت من هذه المدرسة الاخيرة الى الآن ٢٨ سنة مستخدما بمصالح الحكومة والمطلوب معرفة مقدار عمره

الجواب ٥١ سنة

(٣) أراد والد تشويق أولاده مكافأة لهم على التعليم فأهدى الاكبر ساعة قيمتها ١٥٣٤ غرشا وأهدى الثانى كتبا قيمتها ١٣٢٥ غرشا وأهدى الثالث حصانا قيمته ١٤١٣ غرشا وأهدى ابنته حلقا قيمته ٩٥٤ غرشا والمطلوب معرفة قيمة أثمان هذه الهدايا

الجواب ٥٢٢٦ غرشا

(فى الطـــــرح)

(٢٣) الطرح عملية الغرض منها استخراج عدد من عددين متحدى النوع علم مجموعهما وأحدهما ويسمى المجموع مطروحا منه والعدد المعلوم مطروحا والعدد المطلوب استخراجه باقيا أو فرقا أو فاضلا

ويستدل على الطرح بهذه العلامة ــــ وتسمى ناقص وحينئذ فالمقدار ٥ ــــ ٣ يدل على لزوم طرح عدد ٣ من عدد ٥

يؤخذ من تعريف الطرح أنه يمكن استخراج الباقى بطريقتين احداهما أن نطرح من المجموع أو العدد الاكبر جميع آحاد العدد الاصغر على التوالى وثانيتهما أن نبحث عن العدد الذى اذا أضيف الى العدد الاصغر يحصل من مجموعهما العدد الاكبر

فاذا أريد مثلا ايجاد الفرق بين عددين مجموعهما ٥ وأحدهما ٣ بالطريقة الاولى نقول ١ مطروح من ٥ يبقى ٤ و ١ مطروح من ٤ يبقى ٣ و ١ مطروح من ٣ يبقى ٢ فيكون ٢ هو الباقى المطلوب أما اذا أريد ايجاده بالطريقة الثانية نقول ٣ و ١ يحصل ٤ و ١ يحصل ٥ فلزم حينئذ اضافة ٢ آحاد الى عدد ٣ حتى يحصل ٥ فاذن يكون ٢ هو الباقى المطـــلوب

(٢٤) ولما كان هاتان الطريقتان تؤديان الى التطويل فى العمل سيما اذا كان العدد المطروح كبيرا أو كان الباقى المطلوب استخراجه أو العدد المقتضى اضافته كبيرا ناسب اختصار العملية بواسطة طرح الآحاد المتحدة المنزلة من بعضها على التوالى وهذا يستلزم وضع العدد الاصغر تحت الاكبر بحيث تكون الآحاد المتحدة المنزلة فى العددين متقابلة ولنمثل لذلك بمثالين

المثال الاول ــ أن يكون المطلوب طرح عدد ٤٢ من ٧٨ نضعهما هكذا

٧٨
٤٢
٣٦

ثم نقول ٢ آحاد من ٨ آحاد يبقى ٦ آحاد فنضع ٦ تحت عمود الآحاد ثم نقول ٤ عشرات من ٧ عشرات يبقى ٣ عشرات فنضع ٣ تحت عمود العشرات ويكون الباقى المطلوب هو ٣٦
ومن المعتاد فى اجراء عملية الطرح الاستغناء عن ذكر جنس الآحاد فنقول فى المثال المتقدم ٢ من ٨ يبقى ٦ فنضع ٦ تحت عمود الآحاد ثم نقول ٤ من ٧ يبقى ٣ فنضع ٣ تحت عمود العشرات

المثال الثانى ــ أن يكون المطلوب طرح عدد ٧٠٣٤٥ من ٩٣٥٤٨ نضعهما هكذا

٩٣٥٤٨
٧٠٣٤٥
٢٣٢٠٣

ثم نقول ٥ من ٨ يبقى ٣ فنضع ٣ تحت عمود الآحاد ونقول ٤ من ٤ لا يبقى شئ ومن ذا يعلم أن ليس للباقى رقم عشرات فلهذا يوضع صفر محل العشرات ثم نقول ٣ من ٥ يبقى ٢ فيوضع ٢ تحت عمود المئات ثم نقول لاشئ مطروح من ٣ أو صفر من ٣ يبقى ٣ فنضع ٣ بعينها تحت عمود الالوف ثم نقول ٧ من ٩ يبقى ٢ فنضعها تحت عمود عشرات الالوف ويكون عدد ٢٣٢٠٣ هو الباقى المطلوب
فاذا كان بعض أرقام المطروح أكبر من الارقام المقابلة لها من المطروح منه فانه لا يتأتى الطرح الا بواسطة الاستعارة

فاذا أريد مثلا طرح ٢٩ من ٦٧ نضعهما هكذا

٦٧
٢٩
٣٨

ثم نقول حيث انه لا يمكن طرح ٩ من ٧ فنستعير واحدا من عدد ٦ الذى هو عشرات ٦٧ ونضيفه الى عدد ٧ فيتحلل بذلك عدد ٦٧ الى ١٧ آحاد و ٥ عشرات وتؤول المسئلة الى طرح ٩ آحاد من ١٧ آحاد والى طرح ٢ عشرات من ٥ عشرات ثم نقول ٩ من ١٧ يبقى ٨ نضعها تحت عمود الآحاد ونقول ٢ من ٥ يبقى ٣ نضعها تحت عمود العشرات ويكون عدد ٣٨ هو الباقى المطلوب

وهنالك حالة تصعب فيها العملية وهى ما اذا كان الرقم المستعار منه صفرا
فنفرض مثلا أن المطلوب طرح عدد ٢٤٦٧ من ٨٠٠٥ نضعهما هكذا

٨٠٠٥
٢٤٦٧
٠٥٥٣٨

ثم نقول حيث انه لا يمكن طرح ٧ من ٥ لزمت الاستعارة حتى يتأتى الطرح غير أنه لا يمكن الاستعارة الا من الرقم المعنوى ٨ الذى هو فى منزلة آحاد الالوف فيستعار منه واحد بألف وهو يعادل ١٠ مئات يترك منها ٩ مئات فى منزلة المئات وتحلل المائة الباقية الى ١٠ عشرات يترك منها ٩ عشرات فى منزلة العشرات وتضم العشرة الباقية الى عدد ٥ فيتحصل ١٥ آحاد وبذلك تؤول المسئلة الى طرح ٧ آحاد من ١٥ احاد و ٦ عشرات من ٩ عشرات و ٤ مئات من ٩ مئات و ٢ ألوف من ٧ ألوف

(٢٥) وبالجملة متى أردت طرح عدد من آخر وضعت الاصغر منهما تحت الاكبر بحيث تكون الآحاد المتحدة المنزلة منهما متقابلة وترسم تحتهما خطا مستقيما أفقيا ليفصلهما من الباقى ثم تطرح كل رقم من الارقام السفلى من الرقم الذى يقابله من الارقام العليا مبتدئا من الجهة اليمنى وتضع كل باق جزئى تحت العمود الذى أنتجه فان لم يتجاوز الرقم الاسفل الرقم الاعلى المقابل له وضعت باقى طرحهما تحت العمود وان ساواه وضعت باقى طرحهما صفرا وان كان الرقم الاسفل صفرا وضعت فى الباقى رقم المطروح منه بتمامه أما ان تجاوز الرقم الاسفل الرقم الاعلى المقابل له استعرت واحدا من أول رقم معنوى من الجهة اليسرى وأضفته الى الرقم الذى تريد الطرح منه باعتبار أنه مساو عشرة وبذلك ينقص العدد المستعار منه واحدا فاذا وجدت أصفارا بين الرقم المذكور والرقم المستعار منه وضعت محل كل صفر تسعة حتى تنتهى الى العمود الاخير فتضع تحته الباقى المتحصل منه وبهذا تتم العملية

(٢٦) لما كان الباقى المتحصل من عملية الطرح عبارة عن مجموع الفروق المتحصلة من اسقاط جميع وحدات المنازل المختلفة للعدد الاصغر من المقابلة لها للعدد الاكبر أى عبارة عن العدد الذى اذا أضيف الى العدد الاصغر يتحصل العدد الاكبر فيكون هو الباقى المطلوب

(٢٧) قد اشترطنا عند اجراء عملية الطرح أن الابتداء بها يكون من الجهة اليمنى لانه يتحصل بهذه الكيفية من كل طرح جزئى رقم واحد من الباقى المطلوب

ولا يتأتى ذلك غالبا اذا كان الابتداء من الجهة اليسرى لانه اذا وجد في المطروح أرقام أكبر من الارقام المقابلة لها من المطروح منه فانه لا يتأتى الطرح بواسطة الاستعارة الا اذا تغير بعض أرقام الباقي المتحصل وذلك لكون العملية قد أجريت على الارقام المتقدمة

وهاك مثالا لذلك

٦٧٠٠٧٨٥٣
٤٨٢٣٩٨٥٩
―――――
٢٩٨٧٨٠٠٤
١٨٧٦٧٩٩٤

(٢٨) اذا زاد المطروح منه أو نقص بمقدار ما فان الباقي يزيد أو ينقص تبعا له بقدر ذلك المقدار ويحصل للباقي عكس ذلك لو زاد المطروح أو نقص بمقدار ما فانه ينقص أو يزيد بقدر ذلك المقدار عكساله وهذا من الضروريات فعلى ذلك يقال حيث ان عدد ٣ هو الفرق بين ٧ و ٤ كان الفرق بين ٧ + ٥ وعدد ٤ هو ٣ + ٥ أى ٨

وينتج من ذلك أن الفرق بين عددين لا يتغير اذا زاد أو نقص كل منهما بمقدار ما

وسبب ذلك أنه لما كان الفرق بين أي عددين يدل على الفاضل بينهما كان الفرق المذكور على حالة واحدة دائما سواء زاد العددان أو نقصا بمقدار واحد وحينئذ يكون الفرق بين ٧ و ٣ هو عين الفرق بين ٧ + ٥ و ٣ + ٥ وكذا يكون الفرق بين ١٥ و ٨ عين الفرق بين ١٥ — ٦ و ٨ — ٦

(٢٩) يتوصل بالقاعدة السابقة الى طريقة أخرى في اجراء عملية الطرح وهي أنه عوضا عن أن يطرح من الرقم الاعلى الواحد الذي استعير منه ويطرح منه الرقم الاسفل المقابل له فانه يعتبر الرقم الاعلى على حاله بدون نقص شئ منه ويطرح منه الرقم الاسفل المقابل له باضافة الواحد المستعار اليه ومآل الطريقتين واحد كما لا يخفى ثم اذا وجدت أصفار بين رقم المطروح منه المستعار له ورقم المطروح منه المقتضى الاستعارة منه فانه عوضا عن أن تجعل محل هذه الاصفار تسعات ثم تطرح منها الارقام السفلى المقابلة لها فانه يجعل محل كل صفر منها ١٠ ويطرح منها الارقام السفلى المقابلة لها بزيادة الواحد وهكذا يستمر حتى تنتهى العملية

ولنمثل لذلك بالمثالين الاخيرين من نمرة ٢٤ ونجعل الوضع على هذه الصورة

مطروح منه	٦٧	٨٠٠٥
مطروح	٢٩	٢٤٦٧
الباقي	٣٨	٥٥٣٨

ونقول فى المثال الاول ٩ من ٧ + ١٠ أومن ١٧ يبقى ٨ و ٢ + ١ أو ٣ من ٦ يبقى ٣ ونقول فى المثال الثانى ٧ من ٥ + ١٠ أومن ١٥ يبقى ٨ و ٦ + ١ أو ٧ من ١٠ يبقى ٣ و ٤ + ١ أو ٥ من ١٠ يبقى ٥ و ٢ + ١ أو ٣ من ٨ يبقى ٥ وناتجاهما عين الناتجين السابقين

(٣٠) يكفى فى عمـل ميزان الطرح أن نضم الباقى الى أصغر العـددين المفروضين فان كان الحاصل مساويا للاكبر كانت العملية صحيحة وهذا ناتج من تعريف الطرح

مثال

٨٠٠٥
٢٤٦٧
―――
٥٥٣٨
―――
٨٠٠٥

(فى المتمم الحسابى أو الرقمى)

(٣١) المتمم الحسابى أو الرقمى لاى عدد هو العـدد الذى يجب اضافته اليـه ليحصـل من مجموعهما واحد متبوع بأصفار وعلى ذلك يكون المتمم الحسابى لعدد ٧ هو ٣ لان ٧ + ٣ = ١٠ والمتمم الحسابى لعدد ٣٧ هو ٦٣ لان ٣٧ + ٦٣ = ١٠٠ (هذه العلامة = تسمى يساوى وتدل على مساواة ماقبلها لما بعدها)

(٣٢) يؤخذ مما تقدم أنه يتوصـل الى المتمم الحسابى لاى عدد بواسـطة طرحه من واحد متبوع بأصفار كاف للطرح ولما كان عند اجراء عملية الطرح يطرح الرقم الاول من العدد المفروض من ١٠ وباقى أرقامه تطرح من ٩ يعـلم أنه اذا أضيف أى رقم من أرقام المتمم الحسابى الى الرقم المقابل له من العدد المفروض يكون مجموعهما مساويا ٩ ماعدا رقمى الآحاد منهما فان مجموعهما يكون مساويا ١٠ ومن ذلك يمكن أن تستنتج طريقة سريعة يتوصل بها الى معرفة المتمم الحسابى لاى عدد مفروض سواء ابتدأنا بالطرح من جهة اليمين أو من جهة اليسار مثال ذلك اذا أردنا ايجاد المتمم الحسابى لعـدد ٣٨٤٦٢٩ وابتدأنا الطرح من جهة اليسار وجدنا أنه عبارة عن ١ و ٧ و ٣ و ٥ و ١ و ٦ أو ٦١٥٣٧١

ثم اذا أريد الآن طرح عدد ٣٨٤٦٢٩ من ٨٣٧١٦٤ بواسطة المتمم الحسابى فانا عوضا عن وضعهما على الصورة الآتية واجراء عملية الطرح المعتادة عليهما

٨٣٧١٦٤
٣٨٤٦٢٩
―――

نستعوضها بعملية الجمع الآتية

٨٣٧١٦٤	المطروح منه
٦١٥٣٧١	المتمم الحسابى للمطروح
١٤٥٢٥٣٥	
٤٥٢٥٣٥	

ثم نقول حيث ان المطروح منه وهو ٨٣٧١٦٤ يزيد عن الباقى بمقدار المطروح وهو ٣٨٤٦٢٩ كما يؤخذ ذلك من تعريف الطرح وقد أضيف اليه زيادة عما ذكر متممه وهو ٦١٥٣٧١ فيكون المجموع زائدا ضرورة عن الباقى بمجموع المقدارين المذكورين أى ٣٨٤٦٢٩ + ٦١٥٣٧١ أو ١٠٠٠٠٠٠ واذن فلاجل الحصول على الباقى المطلوب يطرح هذا العدد الاخير من المجموع ولذلك يحذف الرقم الاول من جهة الشمال و يكون عدد ٤٥٢٥٣٥ هو الباقى المطلوب

(٣٣) طريقة استعمال المتمم الحسابى ليست مفيدة فى الحقيقة الافى حالة مايراد جمع جملة أعداد على بعضها وطرح جملة أعدادأخرى منها حيث انا نكتفى فى هذه الحالة بعملية جمع واحدة لانا لو وضعنا الاعداد جميعها تحت بعضها وميزنا منها ما كان يلزم طرحه بواسطة وضع اشارة بجانبه ولتكن اشارة الطرح — ثم استعوضنا فى أثناء الجمع كل رقم من أرقام الاعداد المسبوقة باشارة — بمتممه سواء كان على ١٠ أو على ٩ كما سبق ذكر ذلك ثم أسقطنا من المجموع الكلى عدة آحاد متبوعة بأصفار بقدر الاعداد المسبوقة باشارة — لتوصلنا الى المطلوب وهاك مثالا لذلك

فاذا أريد جمع وطرح جملة أعداد مفروضة نضعها تحت بعضها على الصورة الآتية

٤٧٢١٨٥
٣١٩٠٦٤ —
١٥٨٤٣٢ —
٩٦٧١٤٥
٠٨٩٣٦٨ —
٠٠٦٥١٩
٣٨٧٨٩٨٥
٨٧٨٩٨٥

ثم نبتدئ من جهة اليمين ونقول ٥ و ٦ يحصل ١١ و ٨ يحصل ١٩ و ٥ يحصل ٢٤ و ٢ يحصل ٢٦ و ٩ يحصل ٣٥ فنضع ٥ ونحفظ ٣ ثم نقول ٣ و ٨ يحصل ١١ و ٣ يحصل ١٤ و ٦ يحصل ٢٠ و ٤ يحصل ٢٤ و ٣ يحصل ٢٧ و ١ يحصل ٢٨ فنضع ٨ ونحفظ ٢ وهكذا انما يلاحظ فى أخذ نتائج العمود الاخير عند المرور بالعدد الخامس

لزوم أخذ عدد ٩ متمما للصفر وذلك لاجل أن تكون جميع المتممات ماخوذة بالنسبة الى ١٠٠٠٠٠٠ لا أن يكون بعضها ماخوذا بالنسبة الى ١٠٠٠٠٠٠ والبعض مأخوذا بالنسبة الى ١٠٠٠٠٠ ولم يكن ذلك الشرط لازما الا لسهولة عملية الطرح الاخيرة فقط ثم نقول بعد ذلك حيث انا أخذنا المتمم لثلاثة أعداد بالنسبة الى ١٠٠٠٠٠٠ فيكون العدد المقتضى طرحه من الناتج الاخير هو ٣٠٠٠٠٠٠ وبذلك يكفى حذف رقم مليون المجموع ويكون ناتج العملية الاخير هو ٨٧٨٩٨٥

(فى مسائل الطرح)

(١) أقرض انسان آخر مبلغا قدره ٢٠٤٠٨ ووصله منه مبلغ ١٥٦٤٥ قرشا فماذا يبقى له

فالجواب أن يقال حيث ان المقرض قد وصله ١٥٦٤٥ قرشا من أصل المطلوب له الذى هو ٢٠٤٠٨ فالباقى له يعلم بطرح ١٥٦٤٥ من ٢٠٤٠٨ وهو ٤٧٦٣ قرشا

(٢) اشترى أحد التجار بضاعة بمبلغ ٣٤٨٠٨ قرشا ثم باعها بمبلغ ٤٠٧٨٩ قرشا فما يكون ربحه

فالجواب أن نقول حيث ان الربح هو عبارة عن زيادة مبلغ المبيع على مبلغ الاشتراء فاذا طرح اذن مبلغ الاشتراء من مبلغ المبيع عرف أن مقدار الربح هو ٥٩٨١ قرشا

(٣) اشترى رجل بنا بمبلغ ٢٥٢٤٥ قرشا وصابونا بمبلغ ١٢٥٧٤ قرشا وسكرا بمبلغ ٢٨٧٨٩ قرشا ثم باعها بخسر من ثمن البن ٢٣٤٥ قرشا ومن ثمن الصابون ١٢٨٩ قرشا ومن ثمن السكر ٣٠٨٢ قرشا والمطلوب معرفة مابقى معه من النقود

فالجواب أن نقول من المعلوم أنا لو طرحنا من ثمن كل صنف قيمة خسارته ثم جمعنا البواقى على بعضها لوصلنا الى الغرض المطلوب غير أنا فى مثل هذه العملية نستعمل المتمم الحسابى ونجرى العمل كما يأتى

```
 ٢٥٢٤٥
 ١٢٥٧٤
 ٢٨٧٨٩
  ٢٣٤٥—
  ١٢٨٩—
  ٣٠٨٢—
--------
 ٨٩٨٩٢
 ٥٩٨٩٢
```

(مسائل يطلب حلها)

(١) كلف أحد العملة بحفر ١٢٥٠ مترا مكعبا لكنه أتم منه ٧٨٥ مترا مكعبا فما يكون الباقى عليه من هذا العمل

الجواب ٤٦٥

(٢) من المقرر أن الارض بعيدة عن الشمس بقدر ٣٤٧٦١٦٨٠ ملقة وعن القمر بقدر ٨٥٩٥٠ ملقة فكم ملقة تزيد مسافة بعد الارض عن الشمس

الجواب ٣٤٦٧٥٧٣٠

(٣) تاجران وضعا مبلغا قدره ٢٥٠٦٠ غرشا فى متجر ما وكان رأس مال أحدهما مبلغ ٩٨٧٢ فما يكون مقدار رأس مال الآخر

الجواب ١٥١٨٨

(٤) سئل رجل فى سنة ١٣٠٠ هجرية عن عمره فقال انى ولدت فى سنة ١٢٥٥ والمطلوب معرفة مقدار سنه وقت سؤاله

الجواب ٤٥

(٥) اقترض رجل من آخر مبلغ ٦٣٧٢٥ غرشا فى شهر محرم وفى شهر صفر اقترض منه مبلغا آخر قدره ٥٣٢٥٧ غرشا ورد للمقترض مبلغ ٣٨٩٦٤ غرشا فى شهر رجب ومبلغ ٥٦٤٥٢ غرشا فى شهر رمضان ثم اقترض منه مبلغا وقدره ٢٣٤٩٦ غرشا فى شهر شوال والمطلوب معرفة الباقى على المقترض

الجواب ٤٥٠٦٢ غرشا

(فى الضرب)

(٣٤) الضرب عملية الغرض منها تكرير عدد يسمى مضروبا مرات بقدر وحدات عدد آخر يسمى مضروبا فيه وتسمى النتيجة حاصل الضرب ويسمى المضروب والمضروب فيه عاملى الحاصل أو عاملى الضرب

(٣٥) يستدل على الضرب بهذه العلامة × وتسمى مضروبا فى فعلى هذا يدل المقدار ٥ × ٦ على لزوم ضرب عدد ٥ فى ٦

(٣٦) يؤخذ من تعريف الضرب أنه لتحصيل حاصل ضرب عددين يكتب المضروب مرات بقــدر وحدات المضروب فيه ثم تجمع تلك المرات على بعضها ويكون مجموعها هو حاصــل الضرب المطلوب وحينئذ ٥ × ٦ = ٥ + ٥ + ٥ + ٥ + ٥ + ٥ = ٣٠

للضرب أحوال ثلاثة

(٣٧) الحالة الاولى ــ أن يكون المضروب والمضروب فيه عددين بسيطين فاذا أريد مثــلا ايجاد حاصــل ضرب العــددين ٧ × ٨ فانه اما أن يستخرج من العــقل بواســطة التكرار واما أن يســتخرج من جدول الضرب المسمى بجــدول (فيثاغورس) وهـــذه صورته

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٢	٤	٦	٨	١٠	١٢	١٤	١٦	١٨
٣	٦	٩	١٢	١٥	١٨	٢١	٢٤	٢٧
٤	٨	١٢	١٦	٢٠	٢٤	٢٨	٣٢	٣٦
٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٣٠	٣٥	٤٠	٤٥
٦	١٢	١٨	٢٤	٣٠	٣٦	٤٢	٤٨	٥٤
٧	١٤	٢١	٢٨	٣٥	٤٢	٤٩	٥٦	٦٣
٨	١٦	٢٤	٣٢	٤٠	٤٨	٥٦	٦٤	٧٢
٩	١٨	٢٧	٣٦	٤٥	٥٤	٦٣	٧٢	٨١

يتركب هذا الجدول من تسعة صفوف أفقية الصف الاول منها يحتوى على التســعة أعداد البسيطة أما الصف الثانى فان أعداده تتألف من ضم أعداد الصف الاول على نفسها فهى اذن عبارة عن حواصل ضرب أعداد الصف الاول فى ٢ والصف الثالث تتألف أعداده من ضم أعداد الصف الاول على أعداد الصف الثانى فهى اذن عبارة عن حواصــل ضرب أعداد الصف الاول فى ٣ وهكذا تتألف أعداد كل صف من ضم أعداد الصف الاول الى أعداد الصف السابق عليه واذن فتكون أعداد الصف الرابع عبارة عن حواصل ضرب أعداد الصف الاول فى ٤ وهلم جرا

(٣٨) وبموجب تأليف هذا الجدول نرى أن حاصل ضرب أى عددين كل منهما ذو رقم واحد يكون فى الخانة التى يتلاقى فيها الصف الافقى المبدوء باحد العاملين المذكورين مع السطر الرأسى المبدوء بالعامل الآخر وحينئذ يكون ٧ × ٨ = ٥٦

(٣٩) الحالة الثانية ـ أن يكون المضروب عددا مركبا والمضروب فيه رقما واحدا ولهذه الحالة عدة صور

الصورة الاولى ـ ليكن المطلوب ضرب ٦٥٣ × ٤ فعلى مقتضى تعريف الضرب يجب تكرير المضروب ٦٥٣ أربع مرات وضم تلك المرات الى بعضها ليتحصل حاصل الضرب هكذا

٦٥٣
٦٥٣
٦٥٣
٦٥٣
٢٦١٢ حاصل الضرب

فنشاهد فى هذا الحاصل

أولا ـ أن رقم آحاده هو عين رقم آحاد مجموع أعداد العمود الرأسى الاول من الجهة اليمنى الذى هو عبارة عن تكرار رقم آحاد المضروب ٣ أربع مرات أى عبارة عن ضربه فى ٤

ثانيا ـ أن رقم عشراته هو الرقم الاول من المجموع الناتج من ضم العشرات الزائدة من المجموع الاول الى مجموع أعداد العمود الرأسى الثانى الذى هو عبارة عن تكرار رقم عشرات المضروب أربع مرات أى عبارة عن ضربه فى ٤

ثالثا ـ أن رقم مئاته هو الرقم الاول من المجموع الناتج من ضم المئات الزائدة من المجموع الثانى الى مجموع أعداد العمود الثالث الرأسى الذى هو عبارة عن تكرار رقم مئات المضروب أربع مرات أى عبارة عن ضربه فى ٤ وهكذا

واذن فيمكن وضع العملية السابقة على هذه الصورة المختصرة

٦٥٣ مضروب
٤ مضروب فيه
٢٦١٢ حاصل الضرب

ثم نقول بقطع النظر عن ذكر جنس المنازل ٤ فى ٣ يحصل ١٢ فنضع ٢ فى منزلة الآحاد ونحفظ ١ عشرات ثم نقول ٤ فى ٥ يحصل ٢٠ ومعنا ١ يحصل ٢١ فنضع ١ فى منزلة العشرات

ونحفظ ٢ مئات ثم نقول ٤ فى ٦ يحصـــل ٢٤ ومعنا ٢ يحصـــل ٢٦ فيوضع بتمامه ويكون عدد ٢٦١٢ هو حاصل الضرب

الصورة الثانية ـ ليكن المطلوب ضرب ٨٠٧٠٢ فى ٣ نجرى العمل على مقتضى تعريف الضرب هكذا

٨٠٧٠٢
٨٠٧٠٢
٨٠٧٠٢
———
٢٤٢١٠٦ حاصل الضرب

ونشاهد فى هذا الحاصـــل عين ما شاهدناه فى الحاصل السابق من الصورة الاولى انما يمتاز هذا عن ذاك بهذه الملحوظة المهـــمة وهى أنه اذا انعـــدمت احدى منازل المضروب فان المنزلة المقابلة لها من حاصل الضرب تنعدم أيضا (أعنى أن ضرب رقم المضروب فيه فى صفر لا يكون الحاصل الا صـــفرا) الا اذا وجدت عشرات محفوظة من الحاصل السابق على المنزلة المعدومة فانها توضع محلها فى الحاصل واذن فيمكن وضع المثال السابق على هذه الصورة المختصرة هكذا

٨٠٧٠٢ مضروب
٣ مضروب فيه
———
٢٤٢١٠٦ حاصل الضرب

ثم نقول ٣ فى ٢ يحصـــل ٦ فتوضع فى رتبة الآحاد ثم نقول ٣ فى ٠ يحصل ٠ فيوضع صفر فى رتبة العشرات ثم نقول ٣ فى ٧ يحصل ٢١ فيوضع ١ فى منزلة المئات ونحفظ ٢ ألوف ثم نقول ٣ فى ٠ يحصل ٠ ومعنا ٢ ألوف يحصل ٢ توضع فى منزلة الالوف وهكذا

الصورة الثالثة ـ ليكن المطلوب ضرب ٤٦٠٠ فى ٤ نجرى العمل هكذا

٤٦٠٠
٤٦٠٠
٤٦٠٠
٤٦٠٠
———
١٨٤٠٠ حاصل الضرب

وفى هـــذا الحاصـــل نشاهـــد

أولا ـ أن الحاصـــل يتركب من جزئين أحدهما غير معنوى وهما الصفران وثانيهـــما معنوى وهو عدد ١٨٤

ثانيا ـ أن الجزء الغير المعنوى ماهو الا عبارة عن الصفرين الموجودين بجانب المضروب ٤٦٠٠ بحيث لو كان موجودا على يمينه أصفارا أكثر أو أقل من اثنين فانها لابد وأن توجد بتمامها وبعينها على يمين الحاصل اذ لا مانع من ذلك

ثالثا ـ أن الجزء المعنوى وهو ١٨٤ ماهو الا عبارة عن تكرار عدد ٤٦ أربع مرات أى عبارة عن ضرب ٤٦ × ٤

رابعا ـ أن ايجاد أحد الجزئين من حاصل الضرب ليس متوقفا على ايجاد الجزء الثانى منه بحيث انه يمكن ايجاد الجزء المعنوى أولا ثم وضع الاصفار الموجودة بجانب المضروب على يمينه واذن فنضع المثال السابق على هذه الصورة المختصرة هكذا

٤٦٠٠	مضروب
٤	مضروب فيه
١٨٤٠٠	حاصل الضرب

ثم نضرب أولا المضروب فيه ٤ فى الجزء المعنوى ٤٦ من المضروب بقطع النظر عن الصفرين فيتحصل ١٨٤ ونضع بعد ذلك صفرين على يمينه فيحدث ١٨٤٠٠

ومما ذكر جميعه تنتج هذه القاعدة العامة

(٤٠) لضرب مركب فى بسيط نضرب رقم المضروب فيه على التوالى فى جميع أرقام المضروب بالابتداء من الجهة اليمنى ونضع كل حاصل بتمامه ان لم يتجاوز ٩ فان زاد عنها لايوضع منه الا رقم آحاده وأما رقم عشراته فانه يحفظ ليضم الى الحاصل الذى بعده وهكذا الى الحاصل الاخير فتوضع جملته بتمامها واذا كانت احدى منازل المضروب معدومة فانه يوضع فى حاصل الضرب فى المنزلة المقابلة لها صفر مالم يكن هنالك عشرات محفوظة من الحاصل المتقدم عليها فانها توضع فى محلها أما اذا وجد صفر أو جملة أصفار على يمين المضروب فانا نضرب رقم المضروب فيه فى الجزء المعنوى من المضروب بقطع النظر عن الاصفار وبعد ايجاد الحاصل توضع على يمينه الاصفار الموجودة على يمين المضروب

(٤١) قبل التكلم على الحالة الثالثة نذكر هذه الفائدة فنقول

(٤٢) لضرب عدد فى حاصل ضرب عاملين أو عدة عوامل نضربه على التوالى فى العوامل المذكورة أعنى أن نضرب ذلك العدد فى العامل الاول والحاصل فى الثانى وهلم جرا حتى يتم ضرب جميع العوامل

أولا ـ اذا أريد ضرب ٤ فى العـدد ٦ الذى هو عبارة عن حاصل ضرب العاملين ٢ و ٣ وجدنا على مقتضى تعريف الضرب أن حاصل ضرب ٤ × ٦ عبارة عن مجموع ستة أعداد كل منها يساوى ٤ هكذا

٤ × ٦ = ٤ + ٤ + ٤ + ٤ + ٤ + ٤

وحيث ان هذا المجموع مؤلف من ثلاثة مجموعات جزئية كل منها مؤلف من عدد ٤ مرتين أعنى ٤ × ٢ وهى مكررة ثلاث مرات فاذن يتألف حاصل ضرب ٤ × ٦ من ضرب ٤ × ٢ يحصل ٨ ثم ضرب ٨ × ٣ يحصل ٢٤

ثانيا ـ اذا أريد ضرب ٥ فى العـدد ٢٤ الذى هو حاصـل ضرب العوامل ٢ و ٣ و ٤ نقول انه يمكن أولا اعتبار عدد ٢٤ كانه عبارة فقط عن حاصـل ضرب العـاملين ٢ و ١٢ وحينئـذ فضرب ٥ فى ٢٤ الذى هو حاصـل ضرب ٢ و ١٢ يؤول كما فى الحالة الاولى الى ضرب ٥ × ٢ يحصل ١٠ ثم ضرب ١٠ × ١٢ ولكنه من حيث ان عدد ١٢ هو حاصل ضرب ٣ × ٤ فيؤول ضرب ١٠ × ١٢ الى ضرب ١٠ × ٣ فيحصل ٣٠ وضرب الناتج فى ٤ فيحصل ١٢٠ وبذا قد ثبتت الفائدة

(٤٣) تنبيـــه ـ قد استبان من هذه الفائدة أن حاصل ضرب عدة عوامل يحتوى دائما على جميع عواملها

(٤٤) الحالة الثالثة ـ أن يكون كل من المضروب والمضروب فيـه عددا مركبا من جملة أرقام ولهذه الحالة عدة صور

الصورة الاولى ـ ليكن المطلوب ضرب ٤٢٣ × ٥٠٠ نقول

حيث ان المضروب فيـه ٥٠٠ هو حاصـل ضرب العـاملين ٥ و ١٠٠ فحينئـذ اضرب ٤٢٣ × ٥٠٠ يكفى ضرب ٤٢٣ × ٥ فيحصل ٢١١٥ ثم ضرب هذا الناتج فى ١٠٠ (٤٢) فيحدث ٢١١٥٠٠ (١١) وصورة العمل هكذا

٤٢٣	مضروب
٥٠٠	مضروب فيه
٢١١٥٠٠	حاصل الضرب

الصورة الثانية ـ ليكن المطلوب ضرب ٣٢٧ فى ٢٧٤ نقول

انالو كتبنا المضروب ٣٢٧ مائتين أربعة وسبعين مرة هكذا

٣٢٧	
٣٢٧	٤ × ٣٢٧
٣٢٧	
٣٢٧	
٣٢٧	
٣٢٧	٧٠ × ٣٢٧
...	
...	

وجمعنا تلك المرات على بعضها لكان مجموعها هو حاصل الضرب المطلوب ضرورة غير أن هذه الاعداد يمكن تقسيمها الى ثلاثة أقسام القسم الاول منها يتركب من أربعة مرات العدد ٣٢٧ والقسم الثانى يتركب من ٧٠ مرة العدد المذكور والقسم الثالث يتركب من ٢٠٠ مرة العدد بعينه وحينئذ فحاصل الضرب المطلوب يتألف من تكرار المضروب ٤ مرات أى ضربه فى ٤ ثم ٧٠ مرة أى ضربه فى ٧٠ ثم ٢٠٠ مرة أى ضربه فى ٢٠٠ ثم جمع الحواصل الناتجة على بعضها

أما ضرب المضروب ٣٢٧ فى ٤ فانه يتحصل منه (٤٠) ١٣٠٨ وأما ضرب المضروب فى ٧٠ فانه يتحصل منه (الصورة الاولى) ٢٢٨٩٠ وأما ضرب المضروب فى ٢٠٠ فانه يتحصل منه (الصورة الاولى) ٦٥٤٠٠ وبجمع تلك الحواصل على بعضها يتحصل منها عدد ٨٩٥٩٨ وهو حاصل الضرب وتوضع العملية على هذه الصورة

٣٢٧	مضروب
٢٧٤	مضروب فيه
١٣٠٨	أول حاصل جزئى ناتج من ضرب المضروب فى ٤
٢٢٨٩٠	ثانى حاصل جزئى ناتج من ضرب المضروب فى ٧٠
٦٥٤٠٠	ثالث حاصل جزئى ناتج من ضرب المضروب فى ٢٠٠
٨٩٥٩٨	

ومن المعتاد فى الضرب الاستغناء عن وضع الصفر الموجود بجانب الحاصل الثانى عند وضع الحواصل الجزئية تحت بعضها اكتفاء بوضع الرقم الاول منه ٩ فى منزلة العشرات وكذا الاستغناء عن وضع الصفرين الموجودين بجانب الحاصل الثالث اكتفاء بوضع رقمه الاول ٤ تحت رقم المئات وهكذا

واذن فتوضع عملية الضرب السابقة على هذه الصورة المعتادة

٣٢٧ مضروب
٢٧٤ مضروب فيه

١٣٠٨
٢٢٨٩ } حواصل جزئيه
٦٥٤

٨٩٥٩٨ حاصل الضرب الكلى

وبمثل ماذكر يمكن تحصيل حاصل ضرب ٦٤٨٢ فى ٥٠٩ هكذا

٦٤٨٢ مضروب
٥٠٩ مضروب فيه

٥٨٣٣٨
٣٢٤١٠

٣٢٩٩٣٣٨ حاصل الضرب

الصورة الثالثة ـ ليكن المطلوب ضرب ٣٢٠٠ فى ٤٣ نقول

من المعلوم أنا اذا كتبنا المضروب ٣٢٠٠ ثلاثة وأربعين مرة تحت بعضها وأجرينا عليها عملية الجمع لشاهدنا كما فى الصورة الثالثة نمرة ٣٩ من أن الحاصـل مركب من جزئين ممتازين عن بعضهما لا يتوقف ايجاد أحدهما على ايجاد الآخر أما أولهما فهو غير معنوى وهو الصفران الموجودان على يمين المضروب وأما ثانيهما فهو معنوى وهو حاصل ضرب الجزء المعنوى ٣٢ من المضروب فى ٤٣ وبناء عليـه يؤول ضرب ٣٢٠٠ × ٤٣ الى ضرب ٣٢ × ٤٣ ووضع صفرين على يمين الناتج وصورة العملية هكذا

٣٢٠٠ مضروب
٤٣ مضروب فيه

٩٦
١٢٨

١٣٧٦ حاصل الضرب

وبمثـل ماذكر وبما تقرر بنمرة ٣٩ صورة ثالثـة يتحصل حاصـل ضرب ٣٧٠٠ فى ٥٤٠ هكذا

٣٧٠٠	مضروب
٥٤٠	مضروب فيه
١٤٨	
١٨٥	
١٩٩٨٠٠٠	حاصل الضرب

ومما ذكر جميعه ينتج هذه القاعدة العمومية

(٤٥) لضرب عدد فى آخر كل منهما مركب من جملة أرقام ضع المضروب فيه تحت المضروب وارسم تحتهما مستقيما أفقيا ليفصلهما من الحواصل الجزئية ثم اضرب أرقام المضروب على التوالى فى كل رقم من أرقام المضروب فيه وضع الحواصل الجزئية على وجه بحيث اذا جمعت يكون أول رقم موضوع على يمين كل واحد من تلك الحواصل دالا على آحاد منزلة الرقم المستعمل مضروبا فيه ثم ارسم تحتها خطا مستقيما أفقيا ليفصلها من مجموعها وهو الحاصل الكلى ثم اذا وجدت أصفارا على يمين أحد المضروبين أو كليهما فاقطع النظر عنها أولا ثم اضرب الارقام المعنوية فى بعضها كما ذكر وبعد ايجاد حاصل ضربها ضع على يمينه الاصفار التى قطعت النظر عنها من يمين المضروبين

(٤٦) قد ابتدأنا عند استخراج الحواصل الجزئية الناتجة من ضرب المضروب فى المضروب فيه بالضرب من يمين المضروب وذلك لان الضرب ليس الا جمعا مختصرا

ومع ذلك فانه ليس بشرط ضرورى لان الضرب من كلتى الجهتين واحد ولو اختلفت مواضع الحواصل الجزئية فيهما غير أن العادة انما جرت بالضرب من الجهة اليمنى

(٤٧) لا يتغير حاصل ضرب عدة أعداد ولو تغيرت مواضعها

أولا — لاجل البرهنة على أن هذه الخاصية تجرى فى عاملين كعاملى ٣ و ٤ مثلا يلاحظ أنه يمكن تحصيل جميع الآحاد التى يتألف منها حاصل ضرب ٣ × ٤ بواسطة رسم أربعة أسطر أفقية كل منها مؤلف من ٣ آحاد بحيث يكون على هذا الوضع

١	١	١
١	١	١
١	١	١
١	١	١

ولكن اذا عدّت الاسطر الرأسية رأيت أن هذا الجدول مؤلف من ٣ أسطر قائمة كل منها محتو على أربع آحاد أعنى على حاصل ضرب ٤ فى ٣

فحينئذ يكون حاصل ضرب ٣ × ٤ مساويا لحاصل ضرب ٤ × ٣ لدلالتهما على شئ واحد وبذلك ثبتت الصورة الاولى من الخاصية المذكورة

ثانيا — لاجل البرهنة على أن تلك الخاصية تجرى فى ثلاثة عوامل يكفى أن يبرهن على أن حاصل ضرب ثلاثة أعداد لا يتغير بتغير موضع العاملين الاولين أو الآخرين وحيث ثبت أولا أن حاصل ضرب العاملين الاولين لا يتغير بتغير موضعهما لانه قد ثبت فى الصورة الاولى أن حاصل ضرب ٣ × ٤ يساوى ٤ × ٣ فاذا ضربنا كلا من هذين الحاصلين المتساويين فى ٥ كانت النتيجة المتحصلة من ضرب ٣ × ٤ × ٥ مساوية بالضرورة لنتيجة ٤ × ٣ × ٥ فلم يبق علينا حينئذ الا أن نبرهن على أن حاصل الضرب لا يتغير بتغير موضع العاملين الآخرين فنقول لاجل الاستدلال على أن حاصل ضرب ٣ × ٤ × ٥ يساوى حاصل ضرب ٣ × ٥ × ٤ تضع خمسة أسطر أفقية كل منها مؤلف من أربعة أعداد مساوية لرقم ٣ وهذه صورة وضعها

٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣

وحيث ان كل سطر أفقى من هذا الجدول يحتوى على ٣ × ٤ فان الاسطر الخمسة الافقية المتألف منها هذا الجدول تحتوى على ٣ × ٤ × ٥

ومن جهة أخرى يمكن أن نعتبر هذا الجدول مؤلفا من أربعة أسطر رأسية كل منها محتو على ٣ × ٥ وهى مكررة ٤ مرات أو من ٣ × ٥ × ٤

فيكون حينئذ حاصل ضرب ٣ × ٤ × ٥ مساويا لحاصل ضرب ٣ × ٥ × ٤ فلم يتغير اذن حاصل الضرب بتغير موضع العاملين الآخرين

ثالثا — يكفى فى البرهنة على أن الخاصية المذكورة تجرى فى عدد ما من العوامل أن نبرهن على أن حاصل الضرب لا يتغير بتغير موضع عاملين متواليين أيا ما كانا

مثاله حاصل ضرب ٢ × ٦ × ٤ × ٣ × ٥ × ٨ × ٩ × ٧ وليكن العاملان المتواليان فى هذا المثال هما ٣ و ٥ فلاجل البرهنة على أن الحاصل لا يتغير بتغير موضعهما يلاحظ وجود الحاصل ٢ × ٦ × ٤ × ٣ × ٥ قبل ضربه فى العوامل ٨ و ٩ و ٧ بمعنى أن يقطع النظر موقتا عن وجود هذه العوامل الاخيرة فعلى هذا يكفى أن نبرهن على

أن الحاصل ٢ × ٦ × ٤ × ٣ × ٥ مساو للحاصل ٢ × ٦ × ٤ × ٥ × ٣ ولذلك يلاحظ وجود الحاصل ٤٨ الناتج من ضرب ٢ × ٦ × ٤ قبل ضربها فى العاملين ٣ و ٥ وبذلك تؤول البرهنة الى أن ٤٨ × ٣ × ٥ مساو الى ٤٨ × ٥ × ٣ وقد ثبت فى الصورة الثانية أنه لا يتغير مقدار الحاصل بتغير موضع العاملين الاخيرين فى صورة ما اذا كان هنالك ثلاثة عوامل

ومما ذكر ينتج أنه لا يتغير مقدار الحاصل بتغير موضع أى عامل من العوامل بان ننقله بالتدريج من محله الى محل آخر فى الجهة اليمنى أو الجهة اليسرى وبذلك يثبت المطلوب

(٤٨) يكفى لعمل ميزان الضرب أن تجرى عملية الضرب على نفس المضروبين مع عكس وضعهما أى بجعل المضروب فيه مضروبا والمضروب مضروبا فيه فان ساوى الحاصل الثانى الحاصل الاول كانت العملية صحيحة مثال ذلك

العملية الاصلية		الميزان	
مضروب	٣٦٥	١٧	مضروب
مضروب فيه	١٧	٣٦٥	مضروب فيه
	٢٥٥٥	٨٥	
	٣٦٥	١٠٢	
حاصل الضرب	٦٢٠٥	٥١	
		٦٢٠٥	حاصل الضرب

(٤٩) يكفى لضرب حاصل ضرب عدة مضاريب فى عدد ما ضرب أحد مضاريبه فى ذلك العدد فاذا أريد ضرب ٢٤ وهو حاصل ضرب ٤ × ٦ فى عدد ٥ مثلا يكفى ضرب أحد العاملين ٤ أو ٦ فى عدد ٥

وللبرهنة على ذلك نقول من المعلوم أن ٢٤ × ٥ = ٤ × ٦ × ٥ = ٤ × ٣٠ أو ٢٤ × ٥ = ٤ × ٦ × ٥ = ٤ × ٥ × ٦ = ٢٠ × ٦

(٥٠) مضاعفات أى عدد هى حواصل ضربه فى الاعداد ٢ و ٣ و ٤ و ... الخ وحينئذ عدد ٢٠ حاصل ضرب ٤ × ٥ هو مضاعف لعدد ٤

(٥١) اذا كانت عوامل حاصل ضرب كلها متساوية بان ضرب عدد فى نفسه مرات سمى الحاصل قوة لهذا العدد فان تألف الحاصل من عاملين متساويين سمى القوة الثانية أو مربع

هذا العدد وان تألف من ثلاثة سمى القوة الثالثة أو مكعباله وان تألف من أربعة سمى القوة الرابعة وهكذا

وللدلالة على قوة أى عدد مفروض يوضع فوقه من الجهة اليسرى عدد يدل على عدد مرات دخول هذا العدد عاملا فى الحاصل فاذا وضعنا عدد ٣ مثلا فوق عدد ٢ دل ذلك على القوة الثالثة لعدد ٢ ويسمى عدد ٣ أسا لعدد ٢

كل عدد لا أس له فأسه الواحد وحينئذ يكون $٢^{١}$ مساويا ٢

(٥٢) حاصل ضرب قوى أى عدد يساوى ذلك العدد مرفوع الى أس مساو لمجموع أسسه الموجودة فى جميع عوامله وهذه الخاصية ناشئة عن كون حاصل الضرب يحتوى على جميع عوامل الاعداد التى تضرب فى بعضها كما تقدم فى نمرة (٤٣ تنبيه) فعلى هذا يكون حاصل ضرب $٢^{٤} \times ٢^{٣}$ مساويا $٢^{٧}$ وذلك لان المضروب الاول يمكن وضعه على هذه الصورة $٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢$ والثانى يمكن وضعه هكذا $٢ \times ٢ \times ٢$ واذن يكون $٢^{٤} \times ٢^{٣}$ على هذه الصورة $٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢$ وبناء على هذا يكون مساويا $٢^{٧}$

(٥٣) تنبيهان الاول ــ اذا وجد فى حاصل ضرب عدة عوامل أن بعضها متحد فيه وكان له قوى فانه يكفى وضع أحد تلك العوامل المتحدة فى الحاصل مرة واحدة ويشار له بأس مساو لمجموع أسس العوامل المذكورة

فعلى هذا يكون حاصل ضرب $٢^{٣} \times ٥$ فى $٢^{٨} \times ٥^{٦}$ مساويا الى $٢^{١١} \times ٥^{٧}$

وذلك لان هذا الحاصل يمكن وضعه على هذه الصورة $٢^{٣} \times ٢^{٨} \times ٥ \times ٥^{٦}$ وهذا يساوى $٢^{١١} \times ٥^{٧}$

التنبيه الثانى ــ اذا أريد رفع حاصل ضرب عدة عوامل الى قوة ما كفى فى ذلك رفع كل عامل من عوامل هذا الحاصل الى تلك القوة

فعلى هذا اذا أريد رفع الحاصل ٢×٥ الى القوة الثالثة مثلا تحصل $٢^{٣} \times ٥^{٣}$

وذلك لان القوة الثالثة المطلوبة يجب أن تكون مؤلفة من ثلاث عوامل كل منها مساو ٢×٥ أى تكون عبارة عن الحاصل $٢ \times ٥ \times ٢ \times ٥ \times ٢ \times ٥$ وهذا الحاصل يساوى $٢^{٣} \times ٥^{٣}$ على مقتضى التنبيه الاول وهو المراد

(مسائل فى الضرب)

(١) المطلوب معرفة عدد الساعات التى تحتوى عليها السنة الشمسية المعتادة التى قدرها ٣٦٥ يوما

فالجواب أن يقال حيث ان كل يوم يحتوى على ٢٤ ساعة فيجب حينئذ تكرار عدد الساعات المذكورة ٣٦٥ مرة بان يقال ٢٤ ساعة × ٣٦٥ يوما يتحصل ٨٧٦٠ ساعة وهو عدد ساعات السنة الشمسية المطلوب

(٢) اذا اشتغل عامل ٥٨ مترا من عمل مّا فى اليوم فما عدد الامتار التى يشتغلها العامل المذكور مدة ٣٠ يوما

فالجواب أن يقال ان عدد الامتار المطلوبة يتحصل ضرورة من تكرار ٥٨ مترا ٣٠ مرة أو ٥٨ × ٣٠ = ١٧٤٠ مترا

(٣) قد ضربت ضريبة على ٦٨٥ قرية خص كل واحدة منها ٢٥٠٨ غرشا فما مقدار جزية الجميع

فالجواب أن يضرب ٢٥٠٨ غرشا فى ٦٥٨ فيتحصل من ذلك ١٧١٧٩٨٠ غرشا وهو كمية جزيات القرى المذكورة

(٤) سفينة تحتوى على ٧٨٤ برميلا زنة كل منها ٢٠٠٠ رطلا فما مقدار وسق هذه السفينة

فالجواب أن يقال ان وسق هذه السفينة يتحصل من ضرب ٢٠٠٠ فى ٧٨٤ وهو ١٥٦٨٠٠٠ رطلا

(مسائل يطلب حلها)

(١) باع أحد التجار ٥٤٣ أردبا قمحا وكان ثمن الاردب الواحد ٧٠ غرشا فما مقدار ثمن الجميع

(٢) عين ماء تنبع ١٢٥ قربة فى الساعة الواحدة فما مقدار ما تنبعه العين المذكورة مدة ٤٥ ساعة من القرب

(٣) اشترى رجل ٢٥٣٢ ذراعا من الجوخ ثمن الذراع الواحد ٣٥ غرشا فما مقدار ثمن الجميع

(٤) اذا ربح سبعون شريكا من تجارة مّا مبلغا مّا وقد خص كل واحد منهم من هذا الربح مبلغ ٣٥٣٢ فما مقدار قيمة الربح الكلى

(٥) قد وجد عند أحد الصيارف ٧٥٠٦ قطعة فضة قيمة كل واحدة منها ١٩ غرشا فما مقدار قيمة جميع القطع

(فى القسمـــــــة)

(٥٤) القسمة عملية الغرض منها ايجاد عدد مرات احتواء عدد على آخر والعـــدد الاول يسمى مقسوما والثانى يسمى مقسوما عليه والعدد المراد ايجاده يسمى خارج القسمة

ويستدل على القسمة بهذه العـــلامة ÷ أو : وتسمى مقسوما على وحينئذ فالمقـــدار ٢٧ ÷ ٩ يدل على لزوم قسمة عدد ٢٧ على ٩

يؤخذ من تعريف القسمة أنه اذا أريد قسمة عدد على آخر يطرح المقسوم عليـــه من المقسوم عدة مرات متوالية حتى لا يتأتى الطرح ويكون عدد مرات الطروح هو خارج القسمة فعلى هذا اذا أريد قسمة عدد ٤٨ على التوالى على كل واحد من العددين ١٢ و ١٣ أجرى العمـــــــل هكذا

	٤٨	٤٨
	١٢	١٣
باقى أول عمليـــة طرح	٣٦	٣٥
	١٢	١٣
باقى ثانى عمليـــة طرح	٢٤	٢٢
	١٢	١٣
باقى ثالث عمليـــة طرح	١٢	٠٩
	١٢	
باقى رابع عمليـــة طرح	٠٠	

فنشاهد أنا بعد أن أجرينا فى العملية الاولى أربع طروح جزئية متوالية لم يبق للعملية باق وبذلك يكون عدد ٤ هو خارج قسمة ٤٨ على ١٢ الحقيقى

وأما فى العملية الثانيـــة فانا بعد أن أجرينا ثلاث طروح متواليـــة بقى باق ٩ أقل من المقسوم عليه وبذلك لا يكون عدد ٣ هو خارج قسمة ٤٨ على ١٣ الحقيقى بل هو قريب منه لان للعملية باق ٩ ولذا يسمى بخارج القسمة التقريبي

(٥٥) ومما ذكر ينتج

أولا — أنه عندما تكون عملية القسمة منتهية يكون المقسوم مساويا لحاصل ضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة ولذا تعرّف القسمة أحيانا بانها عملية الغرض منها اذا علم حاصل ضرب عاملين واحدهما فانه يطلب تعيين العامل الثانى

ثانيا ـ أنه عند ما يكون للعملية باق يكون المقسوم مساويا لحاصل ضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة زائدا الباقى ويقال فى مثل هذه الحالة ان حاصل ضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة هو أعظم مضاعف للمقسوم عليه داخل فى المقسوم

(٥٦) لكنه لما كان تحصيل خارج القسمة بواسطة هذه العملية يطول بكثرة الطروح المتوالية سيما اذا كان المقسوم مشتملا على المقسوم عليه عدة مرات ناسب اتباع طريقة مختصرة نذكرها فنقول

(٥٧) للقسمة حالتان

(٥٨) الحالة الاولى أن يكون المقسوم دون عشرة أمثال المقسوم عليه بمعنى أن يكون خارج القسمة رقما واحدا ولهذه الحالة صورتان

الصورة الاولى أن يكون المقسوم عليه رقما واحدا

فاذا أريد مثلا قسمة ٤٨ على ٦ نقول

ان جدول فيثاغورس كاف فى تحصيل رقم خارج القسمة المطلوب وذلك بان تنزل فى العمود الرأسى المبدوء بالمقسوم عليه ٦ لنبحث فيه عن المقسوم ٤٨ وحيث انه يوجد فى الصف الثامن الافقى فيكون عدد ٨ المبدوء به هذا الصف هو خارج القسمة المطلوب

مثال آخر اذا أريد قسمة ٥٧ على ٩ نقول انه عندما ننزل فى الصف الرأسى المبدوء برقم ٩ لنبحث فيه عن المقسوم ٥٧ فلم نجده غير أنا نرى أن عدد ٥٤ هو أعظم مضاعف لعدد ٩ موجود فيه وبذا يكون عدد ٦ هو خارج القسمة التقريبى ويكون الباقى ٣

الصورة الثانية أن يكون المقسوم عليه مركبا من رقمين فأكثر

فاذا كان المطلوب تحصيل خارج قسمة ٢٩١٧ على ٣٨٩ نقول

حيث ان خارج القسمة رقم واحد وان المقسوم هو عبارة عن حاصل ضرب المقسوم عليه فى الرقم المبحوث عنه فى خارج القسمة زائدا الباقى ان وجد فيتألف المقسوم ٢٩١٧ بناء على ما ذكر من مجموع الحواصل الجزئية الثلاثة الناتجة من ضرب رقم خارج القسمة فى كل من مئات المقسوم عليه ٣ وعشراته ٨ وآحاده ٩ ومن باقى العملية ان وجد

وحيث ان حاصل ضرب رقم خارج القسمة فى مئات المقسوم عليه هو عدد صحيح من المئات فلا يمكن حصره الا فى ٢٩ مئات المقسوم وحينئذ اذا بحثنا عن أعظم مضاعف لمئات المقسوم عليه الداخل فى ٢٩ مئات وقسمناه على مئات المقسوم عليه فانا نتوصل الى رقم خارج القسمة

لـكنه حيث ان ٢٩ مئات المقسوم قد لا تحتوى فقط على حاصـل ضرب رقم خارج القسمة فى مئات المقسوم عليه بل تحتوى زيادة على ذلك بعض مئات زائدة متحصلة من ضرب رقم خارج القسمة فى عشرات المقسوم عليه وآحاده ومن البـاقى ان وجد فاذا قسمنا حينئذ ٢٩ مئات المقسوم على ٣ مئات المقسوم عليه فانا نحصل اما على رقم خارج القسمة أو على رقم أكبر منه لـكنه من المعـلوم أنه اذا كان رقم خارج القسمة كبيرا عمـا يلزم فان حاصل ضربه فى المقسوم عليه لا يمكن طرحه من المقسوم وحيث ان الرقم المذكور لا يمكن أن يكون فى هـذه الحالة ٩ ولا ٨ فيكون هو رقم ٧ وتوضع العملية هكذا

مقسوم ٢٩١٧	٣٨٩ مقسوم عليه
٢٧٢٣	٧ خارج القسمة
الباقى ١٩٤	

ثم نقول بعد وضع المقسوم عليه على يسار المقسوم وفصلهما بمستقيم رأسى ورسم مستقيم أفقى تحت المقسوم عليه ليفصله عن خارج القسمة لنا طريقتان فى تعيين رقم خارج القسمة

الطريقة الاولى لمـا كان خارج القسمة عبـارة عن العـدد الذى اذا ضرب فى المقسوم عليـه يحصل اما نفس المقسوم أو أعظم مضاعف للمقسوم عليـه داخل فيـه فنكون اذن جدولا مشتملا على حواصل ضرب المقسوم عليه فى الاعداد التسعة البسيطة هكذا

١ × ٣٨٩ = ٣٨٩	٤ × ٣٨٩ = ١٥٥٦	٧ × ٣٨٩ = ٢٧٢٣
٢ × ٣٨٩ = ٧٧٨	٥ × ٣٨٩ = ١٩٤٥	٨ × ٣٨٩ = ٣١١٢
٣ × ٣٨٩ = ١١٦٧	٦ × ٣٨٩ = ٢٣٣٤	٩ × ٣٨٩ = ٣٥٠١

ثم نبحث فى حواصل الضرب هذه عن المقسوم ٢٩١٧ ولمـا لم نجده نبحث عن أعظم مضاعف للمقسوم عليه الداخل فيه فنرى أن هذا المضاعف هو عدد ٢٧٢٣ الناتج من ضرب المقسوم عليه ٣٨٩ فى ٧ وبذلك يكون عدد ٧ هو رقم خارج القسمة المطلوب والباقى هو ١٩٤

الطريقة الثـانية وتسمى بطريقة التحسيس وهى أن ينظر للرقم الدال على أعلى رتبـة من المقسوم عليه ويبحث عن أعظم مضاعف له داخل فى العـدد الدال على الرتبة المناظرة لرتبته من المقسوم سواء احتوى هذا العـدد على رقم واحد أو على رقمين وبذا يتوصـل لرقم خارج القسمة ثم يضرب فى المقسوم عليه بتمـامه ويطرح النـاتج من المقسوم كله. فان تعذر الطرح ينقص خارج القسمة واحدا بعـد واحد حتى يتأتى الطرح ويكون مع ذلك باقى العملية أقل من المقسوم عليه

واذن فيقال فى المثال المتقدم حيث ان رقم أعلى رتبة فى المقسوم عليه هو ٣ مئات فنبحث حينئذ عن أعظم مضاعف له داخل فى عدد ٢٩ مئات المقسوم فنرى أنه هو ٢٧ الناتج من ضرب ٣ × ٩ وبذا يكون عدد ٩ هو خارج القسمة لكنه بضرب رقم ٩ المذكور فى المقسوم عليه بتمامه ٣٨٩ فانه يتحصل العدد ٣٥٠١ وهو أكبر من المقسوم ٢٩١٧ ولذا يجب تنقيصه واحدا وجعله ٨ غير أنه بضرب ٨ فى المقسوم عليه يتحصل عدد ٣١١٢ وهو أكبر من المقسوم أيضا فيجب تنقيصه واحدا وجعله ٧ و بضرب رقم ٧ فى المقسوم عليه يتحصل منه ٢٧٢٣ وهو أصغر من المقسوم وبطرحه منه يتحصل الباقى ١٩٤ وهو أصغر من المقسوم عليه واذن فيكون عدد ٧ هو رقم خارج القسمة

(٥٩) تنبيــه ــ قد اشترطنا أن يكون الباقى أصغر من المقسوم عليه وذلك لانه لما كان خارج القسمة يدل على عدد مرات احتواء المقسوم على المقسوم عليه فاذا وجد للعملية باق وكان أكبر من المقسوم عليه أو مساويا له دل ذلك على أن رقم خارج القسمة صغير بمعنى أن المقسوم يحتوى على المقسوم عليه أزيد مما دل عليه رقم خارج القسمة

(٦٠) وهناك طريقة لاجراء القسمة يقل بها عدد مرات التحسيس وهى أن يعتبر الرقم الاول من يسار المقسوم عليه زائدا واحدا اذا كان الرقم الذي يليه من جهة اليمين يزيد عن ٥ و يضم هذا الواحد لرقم المقسوم الدال على الرتبة المناظرة لرقم المقسوم عليه الاعلى ثم تجرى عملية القسمة

وحينئذ فعوضا عما يقال فى المثال المتقدم كم مرة يحتوى ٢٩ العدد ٣ يقال كم مرة يحتوى عدد ٣٠ العدد ٤ فنرى أن عدد الاحتواء هو ٧ وهو عين رقم خارج القسمة الذى وجد أولا بعد عمليتى التحسيس والسبب فى ذلك هو زيادة قرب المقسوم عليه ٣٨٩ من ٤٠٠ أكثر من قربه من ٣٠٠ ومع ذلك فلا ينبغى لنا أن نجزم دائما بان الرقم الناتج من هذه العملية هو الرقم المطلوب لخارج القسمة الا بعد ضربه فى المقسوم عليه وامكان طرح الحاصل من المقسوم اذ أن هذه الطريقة لم يقصد بها سوى تقليل عدد التحسيس فقط

ومما ذكر تنتج هذه القاعدة

(٦١) اذا كان المقسوم دون عشرة أمثال المقسوم عليه وكان المقسوم عليه رقما واحدا فان رقم خارج القسمة يستخرج من جدول فيثاغورس بأن ننزل فى الصف الرأسى المبدوء برقم المقسوم عليه ونبحث فيه اما عن المقسوم أو عن أعظم مضاعف للمقسوم عليه داخل فيه ويكون العدد المقابل له فى نهاية الصف الافقى هو رقم خارج القسمة

أما اذا كان المقسوم عليـه مركبا من رقين فأكثر فانه يوضـع المقسوم عليه على يسار المقسوم ويفصلان بمستقيم رأسى ثم يرسم مستقيم أفقى تحت المقسوم عليه ليفصـله عن خارج القسمة ثم يؤخذ من يسار المقسوم أرقام كافية لاحتواء الرقم الدال على أعلى رتبـة من المقسوم عليـه و بذلك يتكون مقسوم جزئى نقسمه على أعلى رقم من المقسوم عليـه كما تقدم فى الحـالة الاولى ثم نضرب رقم خارج القسمة الناتج فى المقسوم عليه بتمامه ونطرح الحاصل من المقسوم الكلى فان تعذر الطرح ينقص الرقم المذكور واحدا بعد واحد حتى يتأتى الطرح ويكون باقى العملية أقل من المقسوم عليه

(٦٢) الحالة الثانية أن يكون المقسوم أكبر من عشرة أمثال المقسوم عليه بمعنى أن خارج القسمة يكون مركبا من رقين فأكثر

وهـذه الحالة وان كان لها صورتان على حسب ما يكون المقسوم عليـه رقـا واحدا أو مركبا من عدة أرقام لكنه لما كانت البراهين والاعمـال التى تجرى فى احدى الصورتين تجرى أيضا فى الصورة الثانية ناسب أن نكتفى بالصورة الثانية منهما فنقول

اذا أريد قسمة ٩٧٤٦١ على ٣٢٧ نقول حيث ان خارج القسمة مركب من جـملة أرقام لزمنا أولا البحث عن عددها

ولذلك نقول حيث ان المقسوم ٩٧٤٦١ منحصر بين ١٠٠٠ × ٣٢٧ = ٣٢٧٠٠٠ وبين ١٠٠ × ٣٢٧ = ٣٢٧٠٠ فيكون خارج القسمة محصورا ضرورة بين ١٠٠٠ و ١٠٠ و بذلك يكون مركبا من ثلاثة أرقام آحاد وعشرات ومئات وللبحث عنها نقول حيث قد علمت تركب خارج القسمة من ثلاثة أرقام فيتركب المقسوم اذن من ثلاث حواصل جزئية وهى حواصل ضرب المقسوم عليه فى آحاد خارج القسمة وعشراته ومئاته ومن الباقى ان وجد ولما كانت هـذه الحواصل ممتزجة مع بعضها فى المقسوم بحيث لا يتيسر معرفة أيها فى أى جزء منه حتى بقسمته على المقسوم عليه نتوصل الى الرقم المناظر له من خارج القسمة بخلاف حاصل ضرب مئات خارج القسمة فى المقسوم عليه حيث يمكن حصره فى جزء معين من المقسوم لزم اذن أن لا يبتدأ الا بالبحث عن رقم مئات خارج القسمة ولذلك نقول

من المعلوم أن حاصـل ضرب مئات خارج القسمة فى المقسوم عليـه لا يكون الا عددا منتهيا بصفرين أى مئات فلا يمكن وجوده الا فى ٩٧٤ مئات المقسوم فاذا بحثنا حينئذ عن أعظم مضاعف للمقسوم عليه داخل فى ٩٧٤ مئات فانا نحصل على رقم مئات خارج القسمة لكنه

لما كانت مئات المقسوم قد لا تشتمل فقط على حاصل ضرب رقم مئات خارج القسمة فى المقسوم عليه بل على بعض مئات أخرى ناتجة من ضرب عشرات خارج القسمة وآحاده فى المقسوم عليه ومن الباقى ان وجد كان يتوهم أنه بقسمة مئات المقسوم على المقسوم عليه يتوصل الى رقم أكبر من رقم مئات خارج القسمة الحقيقى

ولدفع هذا الوهم نقول انا لو سلمنا ماذكر فان أقل زيادة لرقم مئات خارج القسمة هى مائة واحدة ومن المعلوم أن هذه الزيادة لا يمكن أن تتأتى فى خارج القسمة الا اذا كانت المئات الزائدة التى امتزجت بحاصل ضرب مئات خارج القسمة الحقيقى فى المقسوم عليه وتكون منها مئات المقسوم مساوية بالاقل مائة مرة المقسوم عليه أى ٣٢٧٠٠ لكنه حيث ان تلك المئات لم تنتج الا من ضرب رقمى عشرات خارج القسمة وآحاده فى المقسوم عليه ومن الباقى ان وجد وان النهاية العظمى لرقمى عشرات وآحاد خارج القسمة هى ٩٩ ونهاية الباقى هى ٣٢٦ فاذا ضم الى حاصل ضرب المقسوم عليه فى ٩٩ العدد ٣٢٦ فان الناتج لا يمكن أن يتأتى منه ٣٢٧٠٠ = ١٠٠ × ٣٢٧ كما لا يخفى وبذلك قد اندفع الوهم

وبناء على ماذكر اذا قسم ٩٧٤ مئات المقسوم على المقسوم عليه ٣٢٧ فانا نتوصل الى رقم مئات خارج القسمة وباجراء أعمال مشابهة للتى أجريت فى الصورة الثانية من الحالة الاولى نعلم أن عدد ٢ هو رقم مئات خارج القسمة

ولتحصيل باقى أرقام خارج القسمة نقول حيث ان المقسوم ٩٧٤٦١ مركب كما علمت من ثلاثة حواصل جزئية ومن الباقى ان وجد فاذا طرح منه ٦٥٤٠٠ = ٣٢٧×٢٠٠ أى حاصل ضرب المقسوم عليه فى مئات خارج القسمة كان الباقى وهو ١٤٠٦١ مؤلفا من حاصلين جزئيين وهما حاصلا ضرب المقسوم عليه فى رقمى عشرات خارج القسمة وآحاده ومن الباقى ان وجد

(٦٣) وباعادة البراهين والاعمال المتقدمة نرى أنه يجب البدء بالبحث عن رقم عشرات خارج القسمة وأنه اذا قسم عدد ١٤٠٦ وهو عشرات الباقى ١٤٠٦١ على المقسوم عليه نتوصل الى رقم عشرات خارج القسمة وهو ٤ عشرات وبضرب هذا الرقم فى المقسوم عليه يتحصل منه ١٣٠٨ عشرات وبطرحه من ١٤٠٦١ يكون الباقى ٩٨١ مشتملا على حاصل ضرب رقم آحاد خارج القسمة فى المقسوم عليه ومن الباقى ان وجد واذن اذا قسم ٩٨١ على المقسوم عليه نتوصل الى رقم ٣ آحاد خارج القسمة ثم اذا ضرب هذا الرقم فى المقسوم عليه

يتحصل منه ٩٨١ وبطرحه من ٩٨١ يكون الباقى صفرا وتوضع العملية هكذا

مقســـوم	٧٩٤٦١	٣٢٧ مقسوم عليه
	٦٥٤٠٠	٢٤٣ خارج القسمة
الباقى الاول	١٤٠٦١	
	١٣٠٨٠	
الباقى الثانى	٠٠٩٨١	
	٩٨١	
الباقى الثالث	٠٠٠	

بالتأمل فى هذه العملية نرى امكان الاستغناء عن وضع الاصــفار بجانب الحواصل الناتجة من ضرب رقمى مئات خارج القسمة وعشراته فى المقسوم عليــه اكتفاء بوضع الرقم الاول من كل حاصل منهما فى المنزلة المناسبة له وبهذه الكيفية يكون عدد ٧٩٤ مئات المقسوم مقسوما أولا جزئيا وأن الحاصل الذى يطرح منه هو عدد ٦٥٤ وهو حاصل ضرب المقسوم عليــه فى رقم مئات خارج القسمة ٢ باعتباره آحادا بسيطة ويكون ثانى مقسوم جزئى العــدد ١٤٠٦ بواسطة انزال رقم ٦ الذى يلى المقسوم الاول الجزئى بجانب العدد ١٤٠ الذى هو باقى طرح ٦٥٤ من ٧٩٤ ويكون المقسوم الجزئى الثالث هو ٩٨١ بواســطة انزال رقم ١ الموجود على يمين رقم ٦ من المقسوم الكلى بجانب ٩٨ الذى هو باقى طرح ١٣٠٨ حاصل ضرب رقم عشرات خارج القسمة فى المقسوم عليــه باعتباره آحادا بســيطة من ١٤٠٦ وتوضع صورة العملية المعتادة هكذا

مقســـوم	٧٩٤٦١	٣٢٧ مقسوم عليه
	٦٥٤	٢٤٣ خارج القسمة
	١٤٠٦	
	١٣٠٨	
	٩٨١	
	٩٨١	
	٠٠٠	

ثم نقول بعد تعيــين المقسوم الاول الجزئى ٧٩٤ أى بعــد أن نأخذ من يسار المقسوم أرقاما كافية لاحتواء المقسوم عليــه ٣٢٧ كم مرة يحتوى ٧٩٤ العــدد ٣٢٧ أو كم مرة يحتوى

عدد ٧ العدد ٣ (الطريقة الثانية من الصورة الثانية نمرة ٥٨) فنقول ٢ فنضربه في المقسوم عليه فيتحصل ٦٥٤ ثم نطرحه من المقسوم الجزئي الاول ٧٩٤ وحيث ان الطرح ممكن وان الباقي ١٤٠ أصغر من المقسوم عليه فيكون عدد ٢ هو الرقم الحقيقي لأعلى رتبة من خارج القسمة ثم ننزل بعد ذلك رقم ٦ الذي يلي المقسوم الاول الجزئي على يمين الباقي الاول ١٤٠ فيتكون من ذلك المقسوم الجزئي الثاني وهو ١٤٠٦ وبقسمته على المقسوم عليه كما تقدم نتحصل على ثاني رقم لخارج القسمة ٤ فنضعه على يمين رقم ٢ وهكذا يجري العمل حتى ينتهي انزال الارقام المنفصلة من المقسوم الكلي

(٦٤) مثال آخر اذا أريد قسمة ٣٧٨٢١٤ على ٥٣٨ توضع العملية على هذه الصورة

	٣٧٨٢١٤	٥٣٨ مقسوم عليه
	٣٧٦٦	٧٠٣ خارج القسمة
ثاني وثالث مقسوم جزئي	٠٠١٦١٤	
	١٦١٤	
	٠٠٠٠	

ثم نقول حيث ان الارقام الثلاثة الموجودة على يسار المقسوم وهي ٣٧٨ أصغر من المقسوم عليه ٥٣٨ فيكون المقسوم الاول الجزئي هو ٣٧٨٢ ونقول كم مرة يحتوي ٣٧٨٢ العدد ٥٣٨ أو كم مرة يحتوي ٣٧ العدد ٥ فنرى أن عدد الاحتواء هو ٧ وبضربه في المقسوم عليه يتحصل ٣٧٦٦ وبطرحه من المقسوم الاول الجزئي يتحصل الباقي ١٦ وبانزال رقم ١ بجانبه يتحصل ١٦١ وهو المقسوم الثاني الجزئي وحيث انه أصغر من المقسوم عليه دل ذلك على أن خارج القسمة لايحتوي على آحاد من المنزلة الثانية من جهة اليسار ولذا يوضع صفر في خارج القسمة على يمين رقم ٧ ثم ينزل رقم ٤ بجانب عدد ١٦١ فيتحصل المقسوم الجزئي الثالث وهو ١٦١٤ ويستمر العمل كما سبق

(٦٥) ويستعمل غالبا عند اجراء عملية القسمة عملية تجربة يتحقق بها صحة رقم خارج القسمة قبل كتابته وتسمى هذه العملية بطريقة وضع رقم خارج القسمة بعد تجربته وذلك بان نضرب رقم خارج القسمة المطلوب تجربته في كل رقم من أرقام المقسوم عليه بالابتداء من الآحاد العليا اليه ثم نطرح كل حاصل جزئي من الجزء المناظر له من المقسوم الجزئي أو منه مضافا اليه الباقي المتحصل من العملية السابقة الذي يعتبر عشرات له فان لم تتعذر جميع الطروح المتوالية

لايكون الرقم الجارى تجربته كبيرا والا فينقص الرقم المذكور واحدا بعــد واحد حتى يتأتى الطرح كما ترى

فنقول مثــلا فى مثال الصورة الثانيــة من نمرة ٥٨ حيث ان عدد ٢٩ يحتوى عدد ٣ تسع مرات فنجرب اذن رقم ٩ قبل كتابته ونقول ٩ × ٣ مئات يحصل ٢٧ مئات مطروحة من ٢٩ مئات يكون الباقى ٢ مئات أو ٢٠ عشرات فنضمها الى ١ عشرات المقسوم فيحصل ٢١ عشرات ثم نقول ٩ × ٨ عشرات يحصل ٧٢ عشرات وهو حاصل لايمكن طرحه من ٢١ عشرات فلذا يكون رقم ٩ كبيرا فننقصه واحدا ونجعله ٨ ثم نجرب أيضا هذا الرقم بالطريقة السابقة ومنها نعلم أنه كبير أيضا فلذا ننقصه واحدا أيضا ونجعــله ٧ وبتجربة رقم ٧ نرى أن جميع الطروحات ممكنة وبذا يكون هو رقم خارج القسمة

ومما يجب ملاحظته عند اجراء عمليــة التجربة هو أنه اذا وجد أن أحد البواقى المتوسطة ٩ أو أكثر من ٩ فانه يتحقق من أن الرقم الجــارى تجربتــه ليس بكبير ولذا لا يكون هنالك لزوم لاتمام عملية التجربة لان حاصل ضرب أى عددين بســيطين لا يتأتى منه عشرات تزيد عن ٨ ومما ذكر جميعه تنتج هذه القاعدة

(٦٦) لقسمة أى عدد على آخر أكبر من عشرة أمثاله نضع المقسوم عليه على يسار المقسوم ونفصلهما بخط مســتقيم رأسى ونرسم تحت المقسوم عليه مستقيمــا أفقيا يفصله عن خارج القسمة ثم نأخذ من يسار المقسوم أرقاما كافية لاحتواء المقسوم عليه فيتــكون من ذلك أول مقسوم جزئى نقسمه على المقسوم عليه فيتحصــل رقم الآحاد العليا لخارج القسمة فنضربه فى المقسوم عليه ونطرح الحاصل من المقسوم الجزئى الاول وننزل على يمين الباقى أول الارقام المنفصلة من المقسوم الكلى الذى يلى المقسوم الجزئى الاول فيتــكون من ذلك المقسوم الثانى الجزئى وبقسمته على المقسوم عليه نتوصل الى ثانى رقم لخــارج القسمة فنضعه على يمين الرقم الاول ثم نطرح حاصل ضربه فى المقسوم عليه من المقسوم الثــانى الجزئى وهكذا يستمر العمل حتى ينزل الرقم الاخير من المقســوم الــكلى أى رقم آحاده مع ملاحظة كتابة كل خارج جزئى متحصل على يمين رقم الخارج السابق عليه ثم اذا كان أحد المقاسيم الجزئية لا يقبل القسمة على المقسوم عليه دل ذلك على عدم احتواء خارج القسمة على آحاد من جنس الآحاد المناظرة لهذا المقسوم الجزئى وحينئذ فيوضع فى محله صــفر ثم ننزل على يمين هذا المقسوم الجزئى المذكور الرقم الذى عليــه الدور من أرقام المقســوم وبذلك يتــكون مقسوم جزئى جديد يقسم على المقسوم عليه وهكذا

(٦٧) وبناء على ماذكر فى هذه القاعدة اذا أريد قسمة ٧٦١٨٩ على ٩ أجرى العمل هكذا

مقسوم ٧٦١٨٩	٩ مقسوم عليه
٧٢	٨٤٦٥ خارج القسمة
٠٤١	
٣٦	
٠٠٥٨	
٥٤	
٠٤٩	
٤٥	
٠٤	

(٦٨) يمكن اختصار عملية القسمة بان لا توضع حواصل ضرب المقسوم عليه فى الارقام المختلفة لخارج القسمة تحت المقاسيم الجزئية وانما تجرى عمليتا الضرب والطرح معا بواسطة طرح الحواصل الجزئية الناتجة من ضرب كل رقم من أرقام المقسوم عليه فى رقم خارج القسمة الجارى عليه العمل على التوالى من الاجزاء المتحدة معها فى المنزلة من المقسوم الجزئى المناظر لرقم خارج القسمة وذلك بالابتداء من جهة اليمين وعند تعذر الطرح يضم الى المطروح منه عشرة أو عدة عشرات حتى يتأتى الطرح وفى مقابلة ذلك نضم تلك العشرات التى اضيفت الى الحاصل الذى يأتى بعد (٣٩) فنقول فى مثال نمرة ٦٣ بعد تجربة رقم ٤ من خارج القسمة أن ٤ × ٧ يحصل ٢٨ وهو عدد لا يمكن طرحه من ٦ فيضم اليه ٣ عشرات حتى يتأتى الطرح فيتحصل ٣٦ فاذا طرح ٢٨ من ٣٦ يكون الباقى ٨ ونحفظ ٣ عشرات لاضافتها الى الحاصل الآتى بعد وهو حاصل ضرب رقم عشرات المقسوم عليه فى رقم خارج القسمة ٤ ثم نقول ٤ × ٢ يحصل ٨ و ٣ محفوظة يحصل ١١ وهو عدد لا يمكن طرحه من صفر فنضم اليه ٢ عشرات ثم نقول ١١ من ٢٠ يبقى ٩ ومعنا ٢ ونقول ٤ × ٣ يحصل ١٢ و ٢ محفوظة يحصل ١٤ مطروحة من ١٤ يبقى صفر ويكون باقى طرح حاصل ضرب رقم خارج القسمة ٤ فى المقسوم عليه من المقسوم الجزئى ١٤٠٦ هو ٩٨ وهو عين الباقى المتقدم بالعملية السابقة ويوضع العملية على هذه الصورة

مقسوم ٧٩٤٦١	٣٢٧ مقسوم عليه
ثانى مقسوم جزئى ١٤٠٦	٢٤٣ خارج القسمة
ثالث مقسوم جزئى ٩٨١	
باقى ٠٠٠	

(٦٩) عندما يكون المقسوم عليه رقماً واحداً فان عملية القسمة تختصر كما يأتى
فنفرض أن المطلوب اختصار عملية القسمة المذكورة بنمرة (٦٧) فنضع العمل هكذا

مقسوم	٧٦١٨٩	٩	مقسوم عليه
خارج القسمة	٨٤٦٥		
الباقى	٤		

ثم نقول كم مرة يحتوى عدد ٧٦ العدد ٩ أو كم مرة ينحصر عدد ٩ فى عدد ٧٦ أو كم يكون تسع عدد ٧٦ وحيث انه ٨ فيوضع تحت رقم ٦ الوف وأما الباقى ٤ الوف أو ٤٠ مئات يضاف اليه مئات المقسوم فيتحصل ٤١ مئات ثم نقول كم يكون تسع عدد ٤١ وحيث انه ٤ فيوضع تحت رقم المئات ١ وأما الباقى ٥ مئات أو ٥٠ عشرات فانه يضم الى عشرات المقسوم ٨ عشرات فيتحصل ٥٨ عشرات ثم نقول كم يكون تسع عدد ٥٨ وحيث انه ٦ فيوضع تحت رقم عشرات المقسوم ٨ وأما الباقى ٤ عشرات أو ٤٠ آحاد فانه يضم الى آحاد المقسوم ٩ فيتحصــل ٤٩ ثم نقول كم يكون تسع عدد ٤٩ وحيث انه ٥ فيوضع تحت آحاد المقسوم وأما الباقى ٤ فيوضع تحت رقم ٥ ويكون عدد ٨٤٦٥ هو خارج القسمة والباقى ٤ وهما عين ناتجى نمرة (٦٧)

(٧٠) يكفى فى عمل ميزان القسمة أن يضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة ويضم الى الناتج باقى العملية فان ساوى الحاصل المقسوم كانت العملية صحيحة

مقســوم	٧٩٤٦١	٣٢٧	مقسوم عليه
	١٤٠٦	٢٤٣	خارج القسمة
	٩٨١	٩٨١	
الباقى	٠٠٠	١٣٠٨	
		٦٥٤	
		٧٩٤٦١	حاصل الضرب

(٧١) يكفى لقسمة حاصــل ضرب عاملين أو عدة عوامل على عدد ما أن يقسم أحد عوامله على هذا العدد

فاذا أريد مثلا قسمة حاصل ضرب العاملين ١٣٥ و ٤٧ على ١٥ يكفى قسمة أحدهما ١٣٥ على ١٥ ثم يضرب خارج القسمة ٩ فى ٤٧ ودليل ذلك أنه اذا ضرب هــذا الحاصل الجديد فى ١٥ نتوصل الى حاصل الضرب الاصلى نمرة ٤٩

(٧٢) حيث ان خارج القسمة يدل دائما على عدد مرات احتواء المقسوم على المقسوم عليه فاذا ضم المقسوم الى نفسه مرة أو مرتين أو ثلاثة الخ أى ضرب فى ٢ أوفى ٣ أوفى ٤ أو الخ فان خارج القسمة يكبر عما كان عليه ضرورة بمرتين أو بثلاث مرات وهكذا أى يضرب فى ٢ أوفى ٣ أوفى ٤ وهكذا

واذا أخذ نصف المقسوم أو ثلثه أو ربعه وهكذا أى قسم على ٢ أوعلى ٣ أوعلى ٤ الخ فان خارج القسمة يصغر عما هو عليه بمرتين أو بثلاث مرات أو باربع مرات وهكذا أى يقسم على ٢ أوعلى ٣ أوعلى ٤ الخ

واذا ضم المقسوم عليه الى نفسه مرة أو مرتين أو ثلاثة الخ أى ضرب فى ٢ أوفى ٣ أوفى ٤ الخ فان عدد مرات الاحتواء يصغر ضرورة عما هو عليه بمرتين أو بثلاث مرات أو باربع مرات الخ أعنى يقسم على ٢ أوعلى ٣ أوعلى ٤ الخ

واذا أخذ نصف المقسوم عليه أو ثلثه أو ربعه وهكذا فان عدد مرات الاحتواء يضرب ضرورة فى ٢ أوفى ٣ أوفى ٤ وهكذا

(٧٣) ينتج مما ذكر أنه اذا ضرب المقسوم والمقسوم عليه معا فى عدد ما فان خارج القسمة لا يتغير وكذا اذا قسم المقسوم والمقسوم عليه على عدد واحد

(٧٤) تنبيه اذا كان المقسوم والمقسوم عليه منتهيين باصفار من الجهة اليمنى جاز لك أن تحذف من أصفار أحدهما بقدر ما تحذف من أصفار الآخر ويبقى خارج القسمة على حاله لا يتغير لان ذلك عبارة عن قسمة المقسوم والمقسوم عليه على عدد واحد

فعلى هذا يكون خارج قسمة ٧٢٠٠٠٠ على ٦٠٠٠ هو عين خارج قسمة ٧٢٠ على ٦

(٧٥) اذا ضرب المقسوم والمقسوم عليه فى عدد واحد أو قسما على عدد واحد وان كان خارج القسمة لا يتغير انما الباقى يضرب أو يقسم على هذا العدد

فاذا فرض مثلا أن ٤٧ = ٦ × ٧ + ٥ وضرب المقسوم ٤٧ فى ٣ مثلا أو قسم عليه وضرب المقسوم عليه ٦ فى العدد المذكور أو قسم عليه فان خارج القسمة ٧ لا يتغير وانما يضرب الباقى ٥ أو يقسم على هذا العدد

وذلك لانه لما كان المقسوم المذكور ٤٧ مركبا من جزئين أحدهما ٦ × ٧ والثانى ٥ لزم لضربه أو لقسمته على عدد ما أن يضرب أو يقسم كل جزء من جزأيه على هذا العدد لكنه لضرب الجزء الاول ٦ × ٧ فى عدد ما أو لقسمته على عدد ما يكفى ضرب أحد مضروبيه ٦ مثلا

أوقسمته على العـدد المذكور (٧١) وحينئذ فلم يتغير خارج القسمة ٧ وانمـا يضرب البـاقى ٥ فى ٣ أو يقسم على عدد ٣

(٧٦) يكفى فى قسمة أى عدد على حاصل ضرب عدة عوامل أن يقسم هذا العدد على التوالى على العوامل المذكورة وهذه الخاصية هى نتيجة قاعدة نمرة ٤٢

فعلى هــذا اذا كان المطلوب قسمة ١٠٥ على عدد ١٥ الذى هو حاصل ضرب عاملى ٣ و ٥ فاقسم أولا ١٠٥ على ٥ فيكون خارج القسمة ٢١ ثم اقسم ٢١ على ٣ فيكون ٧ هو خارج قسمة ١٠٥ على ١٥ لانك لو ضربت ٧ × ٣ ثم ضربت الحاصل ٢١ فى ٥ لنتج ١٠٥

(٧٧) خارج قسمة قوتى عدد واحد على بعضهما يساوى هــذا العــدد بأس مساو لاس المقسوم ناقصا أس المقسوم عليه

فعلى هذا يكون خارج قسمة $٢^{٧}$ على $٢^{٣}$ هو $٢^{٤}$ وذلك لان حاصل ضرب $٢^{٣} \times ٢^{٤} = ٢^{٧}$

(٧٨) تنبيـــه متى احتوى المقسوم والمقسوم عليــه على قوى عدد واحد فان أس هذا العدد فى خارج القسمة يتحصل بطرح أس المقسوم عليه من أس المقسوم

فخارج قسمة $٢^{٧} \times ٥^{٦}$ على $٢^{٤} \times ٥^{٢} = ٢^{٣} \times ٥^{٤}$ وذلك لان $٢^{٤} \times ٥^{٢} \times ٢^{٣} \times ٥^{٤} = ٢^{٧} \times ٥^{٦}$

وبالجملة فتى كان المقسوم والمقسوم عليه محللين الى عوامل فان خارج القسمة يتحصل بحذف جميع عوامل المقسوم عليه من عوامل المقسوم

فعلى هذا يكون خارج قسمة $٢^{٥} \times ٣^{٧} \times ٥^{٨} \times ٧^{١٠} \times ١٣$ على $٢ \times ٣^{٧} \times ٥^{٢} \times ٧$ هو $٢^{٤} \times ٥^{٦} \times ٧^{٩} \times ١٣$

(مسائل القسمة)

(١) اذا كان ثمن المتر الواحد من الجوخ يعـادل ٣٥ قرشا فـما يكون عدد الامتار التى يمكن مشتراها من هذا الجوخ بمبلغ ٤٣٧٥ غرشا

فالجواب أن يقال ان عدد الامتار المطلوبة يتحصـل ضرورة من قسمة مبلغ ٤٣٧٥ غرشا على ثمن المتر الواحد وهو ٣٥ غرشا وباجراء القسمة يعلم أن عدد الامتار المطلوبة هو ١٢٥

(٢) اذا كان ثمن ٩٤ مترا قمـاشا يعادل ٤٥١٢ غرشا فـما مقدار ثمن ١٣ مترا من هذا القماش

فالجواب أن يقال من المعلوم أنه لا يتأتى معرفة ثمن الثلاثة عشر مترا من القماش الا اذا عرف ثمن المتر الواحد منه ولذا يجب أولا قسمة ٤٥١٢ غرشا على ٩٤ فيتحصل ٤٨ غرشا وهو ثمن المتر الواحد فاذا ضرب فى ١٣ يتحصل ٦٢٤ غرشا وهو ثمن ١٣ مترا المطلوب

(٣) اشترك ٣٥ شخصا فى تجارة فربحت مبلغ ٤٣٠٥ غرشا والمطلوب معرفة مايخص كل شريك من الربح

فالجواب أن يقال مقدار ربح كل شريك يتحصل ضرورة من قسمة مقدار الربح الكلى وهو ٤٣٠٥ على عدد الشركا ويكون مقداره مساويا ١٢٣ غرشا

(٤) اشترى رجل ٢٥٤ أردبا قمحا بمبلغ ١٩٣٠٤ غرشا وباع منها مقدارا من الارادب بمبلغ ٩٥٠٠ غرشا بالسعر الذى اشترى به والمطلوب معرفة مقدار الارادب التى باعها

فالجواب أن يقال حيث ان ثمن الاردب الواحد من المباع هو عين الثمن الذى صار المشترى به فاذا قسمنا مبلغ ١٩٣٠٤ على ٢٥٤ لتحصلنا على ثمن الإردب الواحد وهو ٧٦ غرشا ثم اذا قسمنا أيضا مبلغ ٩٥٠٠ غرشا على ٧٦ لتحصلنا على عدد ١٢٥ وهو عدد الارادب المباعة

(مسائل يطلب حلها)

(١) قد صرف مبلغ ٦٠٠ غرش على ثلاثة فعلة بحيث ان الثانى منهم أخذ ٤٥ غرشا زيادة عما أخذه الاول وأن الثالث أخذ ٦٠ غرشا زيادة عما أخذه الثانى والمطلوب معرفة مقدار ما أخذه كل واحد منهم

الجواب الاول أخذ ١٥٠ غرشا والثانى أخذ ١٩٥ غرشا والثالث ٢٥٥ غرشا

(٢) يشتغل ثلاثة من العملة معا فى شغلة ما بأجرة يومية قدرها ١٥ غرشا للعامل الاول و١٢ غرشا للعامل الثانى و ٨ غروش للعامل الثالث والمطلوب معرفة عدد الايام التى يجب أن يشتغلها هؤلاء العملة معا حتى يتحصلوا على أجرة قدرها ٤٣٧٥ غرشا ومقدار مايخص كل عامل منهم من الاجرة

الجواب عدد الايام هو ١٢٥ يوما ويخص الاول من الاجرة ١٨٧٥ غرشا ويخص الثانى منها ١٥٠٠ غرش ويخص الثالث ١٠٠٠ غرش

(٣) قسم رجل مبلغ ٥٢٥ غرشا على أولاده الاربع بحيث انه أعطى الثانى منهم ٣٠ غرشا زيادة عما أعطاه للاول وأعطى الثالث ٤٠ غرشا زيادة عما أعطاه للثانى وأعطى الرابع ٥٥ غرشا زيادة عما أعطاه للثالث والمطلوب معرفة مقدار ما أعطاه لكل واحد من أولاده

فالجواب الاول أخذ ٧٥ غرشا والثانى أخذ ١٠٥ غرش والثالث أخذ ١٤٥ غرشا والرابع أخذ ٢٠٠ غرش

الباب الثانى

(فى الخواص المتعلقة بقواسم الاعداد ومضاعفاتها والقاسم المشترك الاعظم والاعداد الاولية والبحث عن قواسم أى عدد كان)

الفصل الاول

(فى خواص قواسم أى عدد ومضاعفاته)

(٧٩) كل عدد يقسم عددا آخر بدون باق يسمى قاسما له أو أحد مضاريبه كما يقال للعدد الآخر مضاعفا للاول وحينئذ فيقال لعدد ٣ الذى يقسم عدد ١٢ بدون باق قاسما له ويقال لعدد ١٢ مضاعفا لعدد ٣

(٨٠) كل عدد يقسم عددين أو جملة أعداد بدون باق يقسم مجموعها كذلك

وذلك لانه لما كان كل واحد من الاعداد المذكورة مساويا للقاسم عدة مرات كان مجموعها كذلك فاذا قسم عدد ٥ مثلا كل واحد من الاعداد ١٥ و ٢٠ و ٢٥ فانه يقسم مجموعها ٦٠ لانه ينتج من هذه المتساويات ١٥ = ٣ × ٥ و ٢٠ = ٤ × ٥ و ٢٥ = ٥ × ٥ ان مجموع هذه الاعداد ١٥ + ٢٠ + ٢٥ أو ٦٠ مؤلف من تكرار القاسم ٥ ٣ مرات + ٤ مرات + ٥ مرات أى مؤلف من القاسم ٥ المذكور ١٢ مرة

نتيجة كل عدد يقسم عددا آخر فانه يقسم مضاعفاته لانه لما كان كل واحد من المضاعفات يدل على مجموع جملة أعداد كل منها مساو للعدد المذكور كان مجموعها أو المضاعف المذكور يقبل القسمة ضرورة على هذا القاسم

فاذا قسم عدد ٣ العدد ١٢ مثلا كان قاسما لمضاعفاته ٢٤ و ٣٦ و ٤٨ وهكذا لان عدد ٢٤ = ١٢ + ١٢ و ٣٦ = ١٢ + ١٢ + ١٢ و ٤٨ = ١٢ + ١٢ + ١٢ + ١٢ وهو المراد

(٨١) كل عدد يقسم عددين يقسم الفرق بينهما لانه لما كان كل واحد من العددين مساويا للقاسم عدة مرات كان باقى طرحهما كذلك

فاذا قسم عدد ٣ مثلا كل واحد من العددين ٢٤ و ٣٦ كان قاسما لفاضلهما ١٢ لانه ينتج من المتساويتين ٣٦ = ١٢ × ٣ و ٢٤ = ٨ × ٣ أن الفرق ٣٦ — ٢٤ أو ١٢ مساويا للفرق بين ١٢ مرة القاسم وبين ٨ مرات القاسم أو مساويا الى ٤ مرات القاسم وينتج من ذلك

أولا — اذا قسم عدد مجموع عددين وأحدهما فانه يقسم الثانى

ثانيا — اذا قسم عدد مجموع عددين ولم يقسم أحدهما فانه لم يقسم الثانى لانه لو قسم الثانى لكان قاسما للاول ضرورة وهو مغاير للفرض

ثالثا — اذا قسم عدد أحد جزئى مجموع ولم يقسم الثانى فلا يقسم المجموع لانه لو قسم المجموع لكان قاسما للجزء الثانى وهو مغاير للفرض

(٨٢) كل عدد لا يقبل القسمة على عدد أكبر من نصفه لان خارج قسمة أى عدد على نصفه هو ٢ فلو زاد العدد عن النصف فلا يكون خارج القسمة عددا صحيحا

الفصل الثانى

(فى قابلية قسمة الاعداد على ٢ و ٥ و ٤ و ٩ و ٣ و ٦ و ١١ و ٧)

(٨٣) العدد يقبل القسمة على ٢ اذا كان رقم آحاده صفرا أو أحد الارقام الزوجية ٢ و ٤ و ٦ و ٨ مثل عددى ٣٥٠ و ٧٨

برهان الأول نقول حيث ان عدد ٣٥٠ يمكن تحليله الى المضروبين ١٠ و ٣٥ فيكون مساويا الى ١٠ × ٣٥ وحيث ان عدد ١٠ = ٢ × ٥ يكون

٣٥٠ = ٢ × ٥ × ٣٥

وحيث كان عدد ٢ قاسما لنفسه ضرورة فيكون قاسما لمضاعفاته ومنها ٢ × ٥ × ٣٥

برهان الثانى حيث ان ٧٨ = ٧٠ + ٨ وكان الجزء الاول زوجيا يقبل القسمة على ٢ وجزؤه الثانى منتهيا بصفر يقبل القسمة على ٢ أيضا فيكون المجموع ٧٨ قابلا للقسمة على ٢

(٨٤) ويمثل ما ذكر نبرهن على أن العدد الذى يكون رقم آحاده صفرا أو عدد ٥ يكون قابلا للقسمة على ٥

(٨٥) العدد يكون قابلا للقسمة على ٤ اذا كان العدد المدلول عليه برقمي آحاده وعشراته صفرين أو يقبل القسمة على ٤ مثل ٤٣٠٠ و ٥٤٨

برهان الاول نقول حيث ان عدد ٤٣٠٠ = ١٠٠ × ٤٣ أو يساوى ٤ × ٢٥ × ٤٣ وكان عدد ٤ قاسما لنفسه فيقسم مضاعفاته ومنها ٤ × ٢٥ × ٤٣

برهان الثانى نقول حيث ان عدد ٥٤٨ = ٤٨ + ٥٠٠ وكان عدد ٤ يقسم ٤٨ فرضا ويقسم ٥٠٠ بناء على القسم الاول من هذه الخاصية فيقسم مجموعهما ٥٤٨

(٨٦) تنبيه حيث ان ١٠٠ = $٢^٢ × ٥^٢$ و ١٠٠٠ = $٢^٣ × ٥^٣$ و ١٠٠٠٠ = $٢^٤ × ٥^٤$ والخ فانه قياسا على ما تقدم فى النمرتين السابقتين يمكن أن نبرهن على الخواص الآتيـــــة

أولا ــ العدد يكون قابلا للقسمة على $٢^٣$ أو ٨ اذا كان منتهيا من جهة اليمين بثلاثة أصفار أو بعدد مركب من ثلاثة أرقام يقبل القسمة على ٨

ثانيا ــ العدد يكون قابلا للقسمة على $٥^٢$ أو ٢٥ اذا كان منتهيا من جهة اليمين بصفرين أو بعدد مركب من رقمين يقبل القسمة على ٢٥

ثالثا ــ العدد يكون قابلا للقسمة على $٥^٣$ أو ١٢٥ اذا كان منتهيا من جهة اليمين بثلاثة أصفار أو بعدد مركب من ثلاثة أرقام يقبل القسمة على ١٢٥

رابعا ــ العـدد يكون قابلا للقسمة على $٢^٤$ أو ١٦ اذا كان منتهيا من جهة اليمين بأربع أصفار أو بعدد مركب من أربعة أرقام يقبل القسمة على ١٦

خامسا ــ العدد يكون قابلا للقسمة على $٥^٤$ أو ٦٢٥ اذا كان منتهيا من جهة اليمين بأربع أصفار أو بعدد مركب من أربعة أرقام يقبل القسمة على ٦٢٥

ملحوظة يتضح مما ذكر بنمر ٨٣ و ٨٤ و ٨٥ و ٨٦ أن باقى قسمة أى عدد على ٢ أو على ٥ هو عين باقى قسمـــة رقم آحاده على ٢ أو على ٥ وأن باقى قسمـــة أى عدد على ٤ أو على ٢٥ هو عين باقى قسمة العدد المكون من رقمى آحاده وعشراته على ٤ أو على ٢٥ وأن باقى قسمة أى عدد على ٨ أو على ١٢٥ هو عين باقى قسمة العـــدد المكون من أرقامه الثلاثة الاول على ٨ أو على ١٢٥ وهكذا

(٨٧) العدد يكون قابلا للقسمة على ٩ اذا كان مجموع أرقامه باعتبارها آحادا بسـيطة يقبل القسمة على ٩

فعدد ٢٤٥٤٦٨٧ الذى مجموع أرقامه باعتبارها آحادا بسيطة ٣٦ يقبل القسمة على ٩

والبرهنة على هذه الخاصية متوقفة على الامور الثلاثة الآتية

(الامر الاول) أى واحد متبوع بصفر أو بعدة أصفار يساوى مكرر ٩ زائدا واحدا وذلك لانا لو كتبنا عددا مركبا من وحدات قل عددها أو كثر ثم ضربناه فى ٩ لكان الناتج مكررا لعدد ٩ وهو مركب من عدد ما من التسعات واذا أضفنا اليه واحدا تحصل من المجموع واحد متبوع بأصفار

مثاله ١١١ × ٩ = ٩٩٩ و ٩٩٩ + ١ = ١٠٠٠ وقس على ذلك

(الامر الثانى) أى رقم متبوع بصفر أو بعدة أصفار يساوى مكرر ٩ زائدا هذا الرقم أعنى أن ٥٠ مثلا يساوى مكرر ٩ + ٥

وذلك لان عدد ٥٠ ناتج من ضرب ١٠ × ٥ وحيث ان ١٠ = مكرر ٩ + ١ (كما فى الامر الاول) فاذا ضرب عدد ١٠ فى ٥ لزم ضرب كل جزء من جزئيه فى ٥ واذن يكون

١٠ × ٥ أو ٥٠ = ٥ × مكرر ٩ + ٥ = مكرر ٩ + ٥ وقس على ذلك

(الامر الثالث) أى عدد يكون مساويا للمكرر ٩ زائدا مجموع أرقامه المعنوية

مثاله عدد ٢٤٥٤٦٨٧ = مكرر ٩ + (٧ + ٨ + ٦ + ٤ + ٥ + ٤ + ٢)

وذلك لانا اذا لاحظنا من جهة أن كل واحد من الاعداد التسعة البسيطة يساوى ٠ × ٩ زائد الرقم الدال عليه ومن جهة أخرى ما تقرر فى الامرين الاولين فاننا نكوّن الجدول الآتى

٧	=	٠ × ٩ + ٧	=	مكرر ٩ + ٧
٨٠	=	٨ × ٩ + ٨	=	مكرر ٩ + ٨
٦٠٠	=	٦٦ × ٩ + ٦	=	مكرر ٩ + ٦
٤٠٠٠	=	٤٤٤ × ٩ + ٤	=	مكرر ٩ + ٤
٥٠٠٠٠	=	٥٥٥٥ × ٩ + ٥	=	مكرر ٩ + ٥
٤٠٠٠٠٠	=	٤٤٤٤٤ × ٩ + ٤	=	مكرر ٩ + ٤
٢٠٠٠٠٠٠	=	٢٢٢٢٢٢ × ٩ + ٢	=	مكرر ٩ + ٢

ثم اذا أجرينا عملية الجمع نجد أن

٢٤٥٤٦٨٧ = مكرر ٩ + (٧ + ٨ + ٦ + ٤ + ٥ + ٤ + ٢)

اذا تقرر هذا نقول حيث ان عدد ٢٤٥٤٦٨٧ مركب من جزأين أحدهما مكرر ٩ يقبل القسمة على ٩ فلا يكون العدد المذكور قابلا للقسمة على ٩ الا اذا كان جزؤه الثانى

(٧ + ٨ + ٦ + ٤ + ٥ + ٤ + ٢) كذلك أعني اذا كان مجموع الارقام المعنوية للعدد المفروض قابلا للقسمة على ٩ يكون العدد المفروض كذلك

(٨٨) تنبيــــه يؤخذ من البرهان المتقدم أن باقي قسمة العــدد المفروض على ٩ هو عين باقي قسمة مجموع أرقامه المعنوية على ٩

(٨٩) ويبرهن بمثل ماذكر على أن العدد يكون قابلا للقسمة على ٣ اذا كان مجموع أرقامه المعنوية باعتبارها آحادا بسيطة يقبل القسمة على ٣

(٩٠) العدد يقبل القسمة على ٦ اذا كان زوجيا ويقبل القسمة على ٣

مثاله عدد ٣٤٢ الزوجي والذي مجموع أرقامه ٩ فانه يقبل القسمة على ٦

وللبرهنة على ذلك نقول اذا قسم عدد ٣٤٢ المفروض على ٣ فانه يجب أن يتحصل في خارج القسمة عدد زوجي لانه لو تحصــل عدد فردي وضرب في العــدد الفردي ٣ فانه لا يتحصل من حاصــل الضرب الا عدد فردي مع أن حاصــل الضرب يجب أن يكون نفس العــدد الزوجي المفروض ٣٤٢ واذن فلا بد وأن يتحصل في خارج القسمة عدد زوجي وهذا الخارج هو ١١٤ فاذا قسم على ٢ تحصل ٥٧ ثم اذا ضرب هذا الناتج الاخير على التوالي في ٢ ثم في ٣ أو ضرب دفعة واحدة في ٦ فانا نتوصــل الى العدد المفروض ٣٤٢ واذن فهو يقبــل القسمة على ٦ لانها أحد مضاربه

(٩١) العدد يقبل القسمة على ١١ اذا كان باقي طرح مجموع أرقامه الزوجية الرتبة من مجموع أرقامه الفردية الرتبة صفرا أو ١١ أو مكرر ١١

فاذا فرض العدد ٥٩٨٢٩ وجمعنا أرقامه الفردية الرتبة ٩ + ٨ + ٥ = ٢٢ ثم جمعنا أرقامه الزوجيــة الرتبــة ٢ + ٩ = ١١ ثم طرحنا المجموع الثاني من الاول هكذا ٢٢ — ١١ = ١١ ووجدنا أن باقي الطرح ٠ أو ١١ أو مكرر ١١ كان العدد المفروض قابلا للقسمة على ١١ وحيث ان الباقي هنا هو ١١ فيكون العدد المفروض قابلا للقسمة على ١١ والبرهنة على هذه الخاصية متوقفة على الامور الثلاثة الآتية

(الامر الاول) من المعلوم أنا لو قسمنا الواحد المتبوع بأصفار زوجية (يعني أن يكون فردي الرتبة) على ١١ فان باقي القسمة يكون دائما مساويا للواحد أي أنه يساوي لمكرر ١١ زائدا واحدا واذا قسمنا الواحد المتبوع بأصفار فردية (يعني أن يكون زوجي الرتبــة) على ١١ فان باقي القسمة يكون دائما مساويا ١٠ أي أنه يساوي لمكرر ١١ ناقصا واحدا كما تري

آحاد فردية الرتبة		آحاد زوجية الرتبة	
١	= ١ + ١١ × ٠	١٠	= ١١ × ١ − ١
١٠٠	= ١ + ١١ × ٩	١٠٠٠	= ١١ × ٩١ − ١
١٠٠٠٠	= ١ + ١١ × ٩٠٩	١٠٠٠٠٠	= ١١ × ٩٠٩١ − ١
١٠٠٠٠٠٠	= ١ + ١١ × ٩٠٩٠٩ وهكذا	١٠٠٠٠٠٠٠	= ١١ × ٩٠٩٠٩١ − ١

(الامر الثاني) أي رقم متبوع بأصفار فردية (أي زوجي الرتبة) يساوي المكرر ١١ زائدا رقمه المعنوي وأي رقم متبوع بأصفار زوجية (أي فردي الرتبة) يساوي المكرر ١١ ناقصا رقمه المعنوي

مثاله ٥٠٠٠٠ = مكرر ١١ + ٥ و ٥٠٠٠ = مكرر ١١ − ٥

وذلك لان عدد ٥٠٠٠٠ ناتج من ضرب ١٠٠٠٠ في ٥ وحيث ان ١٠٠٠٠ = مكرر ١١ + ١ يكون ٥٠٠٠٠ أو ١٠٠٠٠ × ٥ = ٥ × مكرر ١١ + ٥ × ١ = مكرر ١١ + ٥

ولان عدد ٥٠٠٠ ناتج من ضرب ١٠٠٠ × ٥ وحيث ان ١٠٠٠ = مكرر ١١ − ١ يكون ٥٠٠٠ أو ١٠٠٠ × ٥ = ٥ × مكرر ١١ − ٥ × ١ = مكرر ١١ − ٥

وقس على ذلك الباقي

(الامر الثالث) أي عدد يساوي المكرر ١١ زائدا الفرق بين مجموع أرقامه الفردية الرتبة وبين مجموع أرقامه الزوجية الرتبة

أي أن عدد ٥٩٨٢٩ = مكرر ١١ + (٩ + ٨ + ٥) − (٢ + ٩)

وذلك لانا لو لاحظنا ما تقرر في الامرين السابقين فانا نكون الجدول الآتي

٩ = ٠ × ١١ + ٩ = مكرر ١١ + ٩
٢٠ = ٢ × ١١ − ٢ = مكرر ١١ − ٢
٨٠٠ = ٧٢ × ١١ + ٨ = مكرر ١١ + ٨
٩٠٠٠ = ٨١٩ × ١١ − ٩ = مكرر ١١ − ٩
٥٠٠٠٠ = ٤٥٤٥ × ١١ + ٥ = مكرر ١١ + ٥

وباجراء الجمع يحدث

٥٩٨٢٩ = مكرر ١١ + (٩ + ٨ + ٥) − (٢ + ٩) = مكرر ١١ + (٢٢ − ١١)

اذا تقرر هذا نقول حيث ان المجموع ٥٩٨٢٩ يتركب من جزأين أحدهما مكرر ١١ يقبل القسمة على ١١ فلا يكون المجموع المذكور قابلا للقسمة على ١١ الا اذا كان جزؤه الثاني

(٢٢ — ١١) كذلك أعنى اذا كان باقى طرح مجموع الارقام الزوجية الرتبة للعدد المفروض من مجموع الارقام الفردية الرتبة له صفرا أو ١١ أو مكرر ١١ كان العدد المفروض يقبل القسمة على ١١

(٩٢) تنبيه يؤخذ من هذا البرهان أن باقى قسمة أى عدد على ١١ هو عين باقى قسمة الفرق الكائن بين مجموع أرقامه الفردية الرتبة وبين مجموع أرقامه الزوجية الرتبة باعتبار دلالتها على آحاد بسيطة على ١١

(٩٣) قد يظهر أحيانا عند البحث عن باقى قسمة عدد مفروض على ١١ أن مجموع الارقام المعنوية الزوجية الرتبة أكبر من مجموع الارقام المعنوية الفردية الرتبة وبذلك لا يتأتى الطرح غير أنه فى مثل هذه الحالة تجرى العمل كما سيأتى

فاذا فرض مثلا أن المطلوب معرفة باقى قسمة العدد ٢٩٤٦١ على ١١ نقول

من المعلوم أن عدد ٢٩٤٦١ = مكرر ١١ + (٧ — ١٥) وحيث انه لا يمكن طرح ١٥ من ٧ فنستعير من مكرر ١١ عدد ١١ مرة أو عدة مرات ونضمه الى المطروح منه ٧ حتى يتأتى الطرح وحيث ان الامر لا يحتاج هنا الا الى استعارة عدد ١١ مرة واحدة فقط أمكن وضع العدد المفروض على هذه الصورة

٢٩٤٦١ = مكرر ١١ + ١١ + ٧ — ١٥ = مكرر ١١ + ١٨ — ١٥ = مكرر ١١ + ٣

(٩٤) ولنبحث الآن عن الطريقة التى يعرف بها قابلية قسمة أى عدد على ٧ فنقول

اذا جربنا قسمة آحاد الرتب المختلفة على ٧ فاننا نكون الجدول الآتى

١	=	١ + ٧ × ٠
١٠	=	٣ + ٧ × ١
١٠٠	=	٢ + ٧ × ١٤
١٠٠٠	=	٦ + ٧ × ١٤٢
١٠٠٠٠	=	٤ + ٧ × ١٤٢٨
١٠٠٠٠٠	=	٥ + ٧ × ١٤٢٨٥
١٠٠٠٠٠٠	=	١ + ٧ × ١٤٢٨٥٧
١٠٠٠٠٠٠٠	=	٣ + ٧ × ١٤٢٨٥٧١
١٠٠٠٠٠٠٠٠	=	٢ + ٧ × ١٤٢٨٥٧١٤
١٠٠٠٠٠٠٠٠٠	=	٦ + ٧ × ١٤٢٨٥٧١٤٢

: وهكذا

فاذا لم تعتبر من هذا الجدول الاوحدات أوائل الفصول الثلاثية المختلفة وهى الآحاد والالوف والمليون والبليون وهكذا نشاهد أن

١ أوآحاد الفصل الاول = ٠ × ٧ + ١

١٠٠٠ أوآحاد فصل الالوف = مكرر ٧ + ٦ أو = مكرر ٧ − ١

١٠٠٠٠٠٠ أوآحاد فصل المليون = مكرر ٧ + ١

١٠٠٠٠٠٠٠٠٠ أوآحاد فصل البليون = مكرر ٧ + ٦ أو = مكرر ٧ − ١

: وهكذا

أعنى أن واحد الفصل الثلاثى الفردى الرتبة (بمعنى أنه يكون مسبوقا بفصول عددها زوجى) يساوى مكرر ٧ + ١ وأن واحد الفصل الثلاثى الزوجى الرتبة (بمعنى أنه يكون مسبوقا بفصول عددها فردى) يساوى مكرر ٧ − ١

اذا تقرر هذا وفرض العدد ٨٣٩ ٩٦٧ ٩٣٤ ٣٨٧ ثم قسم الى فصول ثلاثية بالابتداء من جهة اليمين وضربت المتساوية الاولى من الجدول الثانى فى عدد ٨٣٩ وهو فصل الآحاد من العدد المفروض وضربت المتساوية الثانية من الجدول المذكور فى عدد ٩٦٧ وهو فصل الالوف وضربت المتساوية الثالثة فى فصل المليون وهو ٩٣٤ وضربت المتساوية الرابعة فى فصل البليون وهو ٣٨٧ ثم أجرى جمع النواتج حدث

٨٣٩ × ١ أو ٨٣٩ = ٠ × ٧ × ٨٣٩ + ٨٣٩ = مكرر ٧ + ٨٣٩

٩٦٧ × ١٠٠٠ أو ٩٦٧٠٠٠ = مكرر ٧ × ٩٦٧ + ٦ × ٩٦٧ = مكرر ٧ − ٩٦٧

٩٣٤ × ١٠٠٠٠٠٠ أو ٩٣٤٠٠٠٠٠٠ = مكرر ٧ × ٩٣٤ + ٩٣٤ = مكرر ٧ + ٩٣٤

٣٨٧ × ١٠٠٠٠٠٠٠٠٠ أو ٣٨٧٠٠٠٠٠٠٠٠٠ = مكرر ٧ × ٣٨٧ + ٦ × ٣٨٧ = مكرر ٧ − ٣٨٧

ويكون ٣٨٧٩٣٤٩٦٧٨٣٩ = مكرر ٧ + (٨٣٩ + ٩٣٤) − (٩٦٧ + ٣٨٧)

أو ٨٣٩ ٩٦٧ ٩٣٤ ٣٨٧ = مكرر ٧ + ١٧٧٣ − ١٣٥٤ = مكرر ٧ + ٤١٩

وهى متساوية يؤخذ منها

أولا ـ ان العدد يكون قابلا للقسمة على ٧ اذا كان باقى طرح مجموع المقادير المطلقة لاعداد الفصول الفردية الرتبة (باعتبار أن أعداد كل فصل قائمة بنفسها وحافظة لهيئة الفصل) من مجموع المقادير المطلقة لاعداد الفصول الزوجية الرتبة صفرا أو ٧ أو مكرر ٧

ثانيا ـ ان باقى قسمة أى عدد على ٧ هو عين باقى قسمة الفرق المذكور على ٧

(٩٥) ثم ان الفرق المذكور بالنمرة السابقة يكون اما رقما واحدا أو رقمين أو ثلاثة أو أكثر من ذلك وحيث ان قابلية قسمة أى عدد مركب من رقم أو رقمين على ٧ أو باقى قسمته عليه

يعلم بمجرد النظر اليه وجب اذن اختبار الحالة التي يكون فيها مركبا من ثلاثة أرقام فأكثر فنقول من المعلوم أنه اذا تركب الفرق من أكثر من ثلاثة أرقام لزم اذن اعادة العملية السابقة فاذا تحصلنا من عملية ما على فرق قدره ١٤٣٥٢ نقول حيث ان

٣٥٢ = مكرر ٧ + ٣٥٢
١٤٠٠٠ = مكرر ٧ — ١٤

يكون ١٤٣٥٢ = مكرر ٧ + ٣٥٢ — ١٤

أعني أن الامر في ذلك يؤول الى طرح المقدار المطلق للعدد المبين لفصل الالوف من المقدار المطلق للعدد المبين لفصل الآحاد

واذن فلم يبق علينا سوى اختبار حالة العدد المركب من ثلاثة أرقام فنقول

حيث ان الفرق الذي ظهر في المثال السابق (نمرة ٩٤) كان ٤١٩ فبناء على ما سبق في الجدول الاول من النمرة المذكورة يحدث

٩×١ أو ٩ = مكرر ٧ + ٩×١ = مكرر ٧ + ٩
١×١٠ أو ١٠ = مكرر ٧ + ١×٣ = مكرر ٧ + ٣
٤×١٠٠ أو ٤٠٠ = مكرر ٧ + ٤×٢ = مكرر ٨ + ٨
أو ٤١٩ = مكرر ٧ + ٩ + ٣ + ٨ = مكرر ٧ + ٢٠ = مكرر ٧ + ٢×٧ + ٦
أو ٤١٩ = مكرر ٧ + ٦

أعني أنه لمعرفة قابلية قسمة أي عدد مركب من ثلاثة أرقام على ٧ أو لمعرفة باقي قسمته على ٧ يضرب رقم احاده في واحد ورقم عشراته باعتباره احادا بسيطة في ٣ ورقم مئاته باعتباره آحادا بسيطة أيضا في ٢ ثم تجمع تلك الحواصل الثلاثة على بعضها فان دل مجموعها على مكرر ٧ كان العدد المذكور قابلا للقسمة على ٧ والا فيكون باقي قسمته على ٧ هو عين باقي قسمة العدد المذكور على ٧

(في عمل ميزان الضرب والقسمة بواسطة ٩ و ١١)

(٩٦) السهولة التي يتوصل بها لمعرفة باقي قسمة أي عدد على ٩ وعلى ١١ أنتجت طريقة يتحقق بها من صحة عملية الضرب أو القسمة وهذه الطريقة مؤسسة على القاعدة الآتية

(٩٧) اذا قسم على التوالي عددان مفروضان على عدد ثالث وضرب الباقيان المتحصلان من عمليتي القسمة في بعضهما ثم قسم حاصل ضربهما على العدد الثالث المذكور فان باقي

القسمة الذى يتحصل من هذه العملية الاخيرة يكون هو عين باقى القسمة الذى يتحصل من قسمة حاصل ضرب العددين المفروضين على هذا العدد الثالث

فاذا فرض أن العددين المفروضين هما ٨٦ و ٣٤ وانا قسمناهما على عدد ثالث ٩ ثم ضرب الباقيان ٥ و ٧ المتحصلان من هاتين العمليتين فى بعضهما وقسم حاصل ضربهما ٣٥ على ٩ فان باقى القسمة المتحصل من عمليــة القسمة الاخيرة وهو ٨ هو عين باقى قسمة حاصــل ضرب العددين ٨٦ و ٣٤ على ٩ وذلك لانه لما كان

٨٦ = مكرر ٩ + ٥ و ٣٤ = مكرر ٩ + ٧

فلاجل ضرب ٨٦ فى ٣٤ تضرب كل جزء من جزئى أحدهــما فى جزئى الشانى على التوالى وحينئذ فيتركب حاصل الضرب من أربعة أجزاء وهى مكرر ٩ × مكرر ٩ ومكرر ٩ × ٥ و ٧ × مكرر ٩ و ٧ × ٥ وحيث ان مجموع هذه الحواصل الاربعة يجب أن يكون مساويا الى حاصل ضرب ٨٦ × ٣٤ يحدث

٨٦ × ٣٤ = مكرر ٩ × مكرر ٩ + مكرر ٩ × ٥ + ٧ × مكرر ٩ + ٧ × ٥

وحيث ان مجموع الاجزاء الثــلاثة الاول يدل على مكرر ٩ فيكون باقى قسمة حاصــل ضرب ٨٦ × ٣٤ على ٩ هو عين باقى قسمة حاصل الضرب ٧ × ٥ على ٩ ولما كان عدد ٥ هو باقى قسمة ٨٦ على ٩ وعدد ٧ هو باقى قسمة ٣٤ على ٩ فقد ثبتت القاعدة ويحصل مثل ذلك لو كان المقسوم عليه هو ١١

(٩٨) فاذا أريد عمل ميزان الضرب بواسطة ٩ نبحث عن باقى قسمة المضروب على ٩ ثم نبحث عن باقى قسمة المضروب فيه على ٩ ثم نضرب الباقيين المتحصلين فى بعضهما ونقسم الناتج على ٩ فلابد وأن يكون باقى هذه القسمة المتحصل مساويا للباقى قسمة حاصل الضرب الاصلى على ٩ ومن المعتاد وضع البواقى المتحصلة فى الزوايا الاربع الحادثة من تقاطع مســتقيمين على الصورة الآتية وهو أن يوضع باقيا المضروبين فى زاويتين متقابلتين منهم ويوضع الباقى المتحصــل من ضرب الباقيين وباقى حاصل الضرب الاصلى فى الزاويتين الاخيرتين

فاذا كان المضروبان هما ٨٦ و ٣٤ أجرى العمل هكذا

٨٦
٣٤
―――
٣٤٤
٢٥٨
―――
٢٩٢٤



(٩٩) تنبيهان الاول من المعلوم أنه اذا لم يتساو الباقيان الاخيران دل ذلك على عدم صحة العملية أما اذا تساويا فانه لا يجزم بصحة العملية وذلك لان باقي قسمة أي حاصل ضرب أو أي عدد على ٩ لا يتغير اذا حصل فيه أحد هذه الامور

أولا ــ اذا تغير وضع الارقام أي نقل أيها محل الآخر

ثانيا ــ اذا حذف من أرقام العدد المذكور رقم ٩ واستعوض بصفر وبالعكس

ثالثا ــ اذا زاد بعض أرقامه واحدا أو اثنين أو ثلاثة مثلا ونقص رقم آخر عن الوحدات الزائدة في الرقم الاول

رابعا ــ اذا زاد مجموع الارقام أو نقص بمقدار ٩ أو أحد مضاعفاتها ففي كل واحدة من هذه الاحوال يكون الخطأ الواقع ٩ أو مكرر ٩ ولا يزال حاصل الضرب مساويا بالمكرر ٩ زائدا عن الباقي وان كان يندر وقوع مثل هذه الاحوال

التنبيه الثاني اذا طبقنا قاعدة الميزان المتقدمة على ١١ فان الذي يخشى منـــه هو أن يكون الخطأ الواقع في حاصل الضرب ١١ أو مكرر ١١ وحينئذ فلو أجرى الميزان بواســطة ٩ و ١١ معا فان الخطأ الذي لم يظهره الميزان الاول يظهره الثاني لكنه اذا كان الخطأ الواقع في الحاصل مساويا ٩ × ١١ = ٩٩ أو مضاعفاته فلا يظهر من عمل الميزانين المذكورين لكنه لما كان الوقوع في مثل هذا نادرا جدا كان الحكم بصحة العملية أقرب

(١٠٠) أما عمل الميزان بواسطة الاعداد ٤ و ٢٥ و ٨ و ... فانه لا يعتد به لان البحث عن باقي قسمة أي عدد مفروض على أي واحد من هذه الاعداد يؤول الى البحث عنه في الرقمين أو الثلاثة الاول من العــدد المفروض فلو كان هناك خطأ في باقي الارقام فان عمليــة الميزان لم تظهره

(١٠١) أما عمل ميزان القسمة بواســطة ٩ أو ١١ أو بهــما معا فانه لا يخالف في شيء مّا لما أجرى في عمل ميزان الضرب لانك لو طرحت البـاقي من المقسوم كان الناتج مساويا ضرورة لحاصل ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة

الفصل الثالث

(فى القاسم المشترك الاعظم)

(١٠٢) القاسم المشترك بين عددين أو جملة أعداد هو عدد يقسم هذين العددين أو هذه الاعداد قسمة صحيحة فعدد ٤ يقال له قاسم مشترك بين الاعداد ٨ و ٢٤ و ٣٦

(١٠٣) اذا كان لعددين أو لجملة أعداد قاسم أو عدة قواسم مشتركة فانه يقال لاكبرها القاسم المشترك الاعظم بين هذين العددين أو هذه الاعداد

فاذا فرض العددان ١٢ و ٢٤ وكانت قواسمهما المشتركة هى ١٢ و ٦ و ٤ و ٣ و ٢ و ١ فانه يقال لاكبرها ١٢ القاسم المشترك الاعظم بين العددين المفروضين

(١٠٤) كل عددين أو جملة أعداد ليس لهم قاسم مشترك غير الواحد تسمى أعدادا أولية مع بعضها مثل ٨ و ٩ و ١١

(١٠٥) العدد الاولى هو الذى لا يقبل القسمة الا على نفسه وعلى الواحد مثل ٧ و ١١ و ١٣

(فى البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين عددين)

(١٠٦) اذا أريد البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين عددين مثل ٥٦ و ٢١ نقول من المعلوم أن القاسم المشترك الاعظم المبحوث عنه لا يمكن أن يتجاوز أصغر العددين ٢١ لانه يقسمه وحينئذ اذا قسم عدد ٢١ العدد ٥٦ كان هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب فنقسم اذن ٥٦ على ٢١ فنرى أن خارج القسمة ٢ والباقى ١٤ وبذلك لا يكون ٢١ هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب غير أنا نقول ان القاسم المشترك الاعظم المطلوب هو عين القاسم المشترك الاعظم بين العددين ٢١ و ١٤ ولبيان ذلك نبرهن على أن هذين القاسمين المشتركين الاعظمين لا يمكن أن يكون أحدهما أكبر من الآخر

وللوصول الى ذلك نقول من المعلوم أن

$$١٤ + ٢ \times ٢١ = ٥٦$$

فالقاسم المشترك الاعظم بين ٥٦ و ٢١ يقسم ضرورة ٢١ × ٢ (٨٠ نتيجة) وحينئذ فيقسم ١٤ (٨١ نتيجة) ولا يمكن أن يكون أكبر من القاسم المشترك الاعظم بين ٢١ و ١٤ كما لا يخفى وكذلك حيث ان القاسم المشترك الاعظم بين ٢١ و ١٤ يقسم ٢١ × ٢ ضرورة فيقسم حينئذ المجموع ٥٦ ولا يمكن أن يكون أيضا أكبر من القاسم المشترك الاعظم

بين ٥٦ و ٢١ وحيث قد ثبت أولا أن القاسم المشترك الاعظم بين ٥٦ و ٢١ ليس أكبر من القاسم المشترك الاعظم بين ٢١ و ١٤ وثانيا أن القاسم المشترك الاعظم بين ٢١ و ١٤ ليس أكبر من القاسم المشترك الاعظم بين ٥٦ و ٢١ فيكونان اذن متساويين وحينئذ فقد آل الامر الى البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين ٢١ و ١٤ وباجراء أعمال مشابهة للسابقة يعلم أن خارج قسمة ٢١ على ١٤ هو ١ والباقى هو ٧ وباعادة البراهين السابقة نرى أن القاسم المشترك الاعظم بين ٢١ و ١٤ هو عين القاسم المشترك الاعظم بين ١٤ و ٧ وحيث ان عدد ٧ يقسم ١٤ بدون باق فيكون هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب ويوضع العمل هكذا

٢	١	٢	
٧	١٤	٢١	٥٦
	١٤	١٤	٤٢
	٠٠	٠٧	١٤

ومما ذكر تنتج هذه القاعدة العامة

(١٠٧) لايجاد القاسم المشترك الاعظم بين عددين نقسم أكبرهما على الاصغر فان قسمه بدون باق كان هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب والا فنقسم الاصغر على الباقى الاول فان قسمه بدون باق كان الباقى الاول هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب والا فنقسم الباقى الاول على الباقى الثانى والثانى على الثالث وهكذا حتى نصل الى باق يقسم الباقى المتقدم عليه فيكون هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب

(١٠٨) تنبيهات الاول ان عملية القاسم المشترك الاعظم تنتهى دائما وذلك لان البواقى التى تتوالى فيها تأخذ دائما فى التناقص . ويمكن أن يكون الباقى الاخير واحدا وفى هذه الحالة يكون العددان المفروضان أولين معا لان قاسمهما المشترك الاعظم أو قاسمهما الوحيد هو الوحدة وهذا ناتج مما ذكر بنمرة ١٠٤

التنبيه الثانى اذا توصلنا فى أثناء اجراء العملية الى باقيين متواليين أولين معا فلا يكون هنالك فائدة فى اتمام العملية للتحقق من أن الباقى الاخير فيها لابدّ وأن يكون هو الوحدة وكذا لو توصلنا الى باق أولى وكان لا يقسم الباقى المتقدم عليه أما اذا قسمه فيكون هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب

ولتوضيح ماذكر نجرى العمل على الامثلة الثلاثة الآتية وهى البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين عددى ٧٩ و ٣٥ وبين عددى ٢٢١ و ١٦٩ وبين عددى ٤٢٩ و ١١٦

٢	١	٣	
٣٥	٨١	١١٦	٤٢٩
	٧٠	٨١	٣٤٨
	١١	٣٥	٨١

٤	٣	١	
١٣	٥٢	١٦٩	٢٢١
	٥٢	١٥٦	١٦٩
	٠٠	١٣	٥٢

٣	٢	
٩	٣٥	٧٩
	٢٧	٧٠
	٨	٩

ففى المثال الاول قد تحصل من عملية القسمة الاولى الباقى ٩ وتحصل من عملية القسمة الثانية الباقى ٨ وهما أوّليان معا فلذا لا ينبغى اتمام العملية للتحقق من كون العددين المفروضين أوليين معا وفى المثال الثانى وان كنا قد توصلنا بعد عملية القسمة الثانية الى العدد الاوّلى ١٣ لكنه مع ذلك قاسم للباقى المتقدم عليه فلذا قد أتممنا عملية القسمة الثالثة وفى المثال الثالث حيث قد توصلنا من عملية القسمة الثالثة الى الباقى ١١ وهو أوّلى ولا يقسم الباقى المتقدم عليه ٣٥ فلذا قد أضربنا عن اتمام العملية

(١٠٩) كل عدد يقسم عددين فانه يقسم قاسمهما المشترك الاعظم وذلك لانه قد ثبت من البرهنة على القاسم المشترك الاعظم أن القاسم المشترك الاعظم بين باقيين متواليين هو عين القاسم المشترك الاعظم بين العددين المفروضين وأن القاسم المشترك الاعظم بينهما ماهو الا أحد البواقى نتج اذن أن كل عدد يقسم عددين فانه يقسم قاسمهما المشترك الاعظم

(١١٠) اذا ضرب أو قسم عددان على عدد ثالث فان قاسمهما المشترك الاعظم يضرب أو يقسم على هذا العدد وذلك لانه اذا ضرب العددان ٥٦ و ٢١ مثلا فى عدد ما أو قسما عليه فان باقى قسمتهما ١٤ يضرب أو يقسم على هذا العدد (٧٤) وكذا اذا ضرب كل واحد من عددى ٢١ و ١٤ فى عدد ٥ أو قسما عليه فان ذلك يستلزم ضرب باقى قسمتهما ٧ فى عدد ٥ أو قسمته عليه وهكذا وحيث ان القاسم المشترك الاعظم بين العددين المفروضين ماهو الا أحد هذه البواقى فقد ثبتت الخاصية

(١١١) اذا قسم عددان على قاسمهما المشترك الاعظم كان خارجا القسمة عددين أوّليين معا وذلك لانه اذا قسم العددان ٥٦ و ٢١ على قاسمهما المشترك الاعظم ٧ كان القاسم المشترك الاعظم بين العددين الناتجين هو ٧ : ٧ = ١ (١١٠) وبذلك يكونان أوّليين معا

(١١٢) كل عدد يقسم حاصـل ضرب عاملين وكان أوّليا مع أحدهما فانه لابدوأن يقسم العامل الثانى فاذا قسم عدد ٨ الحاصل ١٥ × ٢٤ وكان أوّليا مع أحد المضروبين ١٥ فانه لابدوأن يقسم المضروب الثانى ٢٤

وذلك لانه حيث كان العـددان ٨ و ١٥ أوّليين معا فيكون قاسمهما المشـترك الاعظم هو الواحد ثم اذا ضرب العددان ٨ و ١٥ فى ٢٤ فان قاسمهما المشترك الاعظم يضرب فى ٢٤ أيضـا (١١٠) وحيث ان عدد ٨ يقسم ١٥ × ٢٤ فرضـا ويقسم ٨ × ٢٤ لانه أحد مضاربيه فيقسم قاسمهما المشترك الاعظم ٢٤ (١٠٩)

(١١٣) كل عدد يقبل القسمة على جملة أعداد أوّليةمعـا كل على انفراده فانه يقبل القسمة على حاصل ضربها

فاذا كان عدد ٤٢٠ يقبل القسمة على كل واحد من الاعداد الاوليـة معا ٣ و ٤ و ٥ كل على انفراده فانه يقبل القسمة على حاصل ضربها ٣ × ٤ × ٥ = ٦٠

وذلك لانه اذا قسم عدد ٤٢٠ على ٣ تحصل ٤٢٠ = ٣ × ١٤٠ وحيث كان عدد ٤ يقسم الحاصـل ٤٢٠ أو ٣ × ١٤٠ فرضا وكان أوّليا مع أحد المضروبين ٣ فرضا أيضا فانه يقسم المضروب الثـانى ١٤٠ (١١٢) وبقسمته عليه يحـدث ١٤٠ = ٤ × ٣٥ وحيث أيضا ان عدد ٥ يقسم الحاصـل ٤٢٠ أو ٣ × ١٤٠ فرضا وكان أوّليا مع أحد المضروبين ٣ فانه لابدوأن يقسم المضروب الثانى ١٤٠ أو ٤ × ٣٥ وحيث انه أوّلى مع أحد المضروبين ٤ فانه لابدوأن يقسم المضروب الثانى ٣٥ وبقسمته يحـدث ٣٥ = ٥ × ٧ وحينئذ يكون

٤٢٠ = ٣ × ١٤٠ و ١٤٠ = ٤ × ٣٥ و ٣٥ = ٥ × ٧ أو

٤٢٠ = ٣ × ٤ × ٥ × ٧

وبذلك يكون عدد ٤٢٠ قابلا للقسمة على الحاصل ٣ × ٤ × ٥ = ٦٠ وهو المطلوب

(١١٤) نتيجـــة وينتج من هذه الخاصـية أن كل عدد يقبل القسمة على ٢ و ٣ يقبل القسمة على ٦

وبذا قد ثبت أيضا ما سـبق البرهنة عليه بنمرة (٩٠) وكذا كل عدد يقبل القسمة على ٣ و ٧ يقبل القسمة على ٢١ وهكذا

(فى البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين جملة أعداد)

(١١٥) يمكن أن نستنتج مما ذكر طريقة ايجاد القاسم المشترك الاعظم بين جملة أعداد مفروضة فاذا أريد ايجاد القاسم المشترك الاعظم بين الاعداد ٦٠ و ٤٨ و ٣٠ و ١٥ نبحث أولا عن القاسم المشترك الاعظم بين العددين ٦٠ و ٤٨ فنرى أنه ١٢ ثم نبحث عن القاسم المشترك الاعظم بين عدد ١٢ والعدد الثالث ٣٠ فنرى أنه ٦ ثم نبحث عن القاسم المشترك الاعظم بين عدد ٦ والعدد الرابع ١٥ فنرى أنه ٣ فنقول ان القاسم المشترك الاعظم الاخير ٣ هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب بين الاعداد المفروضة

وللبرهنة على ذلك نقول ان القاسم المشترك الاعظم بين الاعداد المفروضة ٦٠ و ٤٨ و ٣٠ و ١٥ يجب أن يقسم ٦٠ و ٤٨ وحينئذ فيقسم ضرورة قاسمهما المشترك الاعظم ١٢ (١٠٩) وحيث انه يقسم ٣٠ فيقسم قاسمهما المشترك الاعظم ٦ وحيث انه يقسم ١٥ أيضا فيقسم قاسمهما المشترك الاعظم ٣ ولا يمكن أن يتجاوز عدد ٣ لانه يقسمه فاذا برهنا الآن على أن عدد ٣ يقسم كل واحد من الاعداد المفروضة فيكون هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب ولذلك نقول حيث ان عدد ٣ هو القاسم المشترك الاعظم بين ١٥ و ٦ فيقسم ١٢ و ٣٠ مضاعفات عدد ٦ لان عدد ٦ هو القاسم المشترك الاعظم بينهما وحيث انه يقسم عدد ١٢ فيقسم مضاعفاته ٤٨ و ٦٠ واذن فيقسم الاعداد الاربعة معا وهى ٦٠ و ٤٨ و ٣٠ و ١٥ فيكون هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب وهو المراد

ومما ذكر تستنتج هذه القاعدة العامة

(١١٦) لايجاد القاسم المشترك الاعظم بين جملة أعداد نبحث عن القاسم المشترك الاعظم بين عددين منهم ثم نبحث بعد ذلك عن القاسم المشترك الاعظم بين هذا القاسم المشترك الاعظم وبين العدد الثالث ثم نبحث أيضا عن القاسم المشترك الاعظم بين القاسم المشترك الاعظم الثانى و بين العدد الرابع وهكذا و يكون القاسم المشترك الاعظم الاخير هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب

(١١٧) تنبيه يندر فى الاعمال استعمال الطريقة المذكورة فى ايجاد القاسم المشترك الاعظم بين جملة أعداد مفروضة وذلك لوجود طريقة أخرى أسهل من هذه وأسرع يأتى الكلام عليها قريبا نمرة (١٣٩)

الفصل الرابع

(في المضاعف المشترك الاصغر)

(١١٨) المضاعف المشترك لجملة أعداد هو العدد الذى يقبل القسمة على كل واحد منها فعدد ٧٠ يقال له مضاعف مشترك بين الاعداد ٥ و ٧ و ٣٥

(١١٩) اذا وجد جملة مضاعفات مشتركة لاعداد مفروضة فانه يقال لاصغر هذه المضاعفات المضاعف المشترك الاصغر لها

فاذا كان كل واحد من الاعداد ٣٥٠ و ١٤٠ و ٧٠ مضاعفا مشتركا بين الاعداد ٥ و ٧ و ١٤ فانه يقال لعدد ٧٠ منها انه هو المضاعف المشترك الاصغر لها

(في البحث عن المضاعف المشترك الاصغر بين عددين)

(١٢٠) لايجاد المضاعف الاصغر المشترك بين عددين مفروضين يبحث عن قاسمهما المشترك الاعظم ويقسم أحد العددين المفروضين عليه ثم يضرب خارج القسمة الناتج فى العدد الثانى فاذا فرض أن المطلوب ايجاد المضاعف الاصغر المشترك بين العددين ٢١٠ و ٥٤ يقسم أحدهما ٢١٠ مثلا على القاسم الاعظم المشترك بينهما ٦ ويضرب خارج القسمة ٣٥ فى العدد الثانى ٥٤ فيحدث ١٨٩٠

وذلك لانه اذا قسم كل واحد من العددين المفروضين ٢١٠ و ٥٤ على قاسمهما المشترك الاعظم ٦ كان خارجا القسمة الناتجان أوليين معا (١١١) ويحدث هاتان المتساويتان

$$٢١٠ = ٦ \times ٣٥ \quad و \quad ٥٤ = ٦ \times ٩$$

ثم نقول أولا حيث ان كل مضاعف مشترك بين العددين ٢١٠ و ٥٤ أو بين الحاصلين ٦ × ٣٥ و ٦ × ٩ يجب أن يكون قابلا للقسمة ضرورة على ٦ وأن خارج قسمته على ٦ يجب أن يكون قابلا للقسمة على كل من العددين الاوليين معا ٣٥ و ٩ كل على حدته فبناء على ما تقرر بنمرة (١١٣) يكون خارج القسمة المذكور قابلا للقسمة على حاصل ضربهما أى على ٣٥ × ٩ أعنى يكون مضاعفا لهذا الحاصل واذن فكل مضاعف مشترك بين العددين ٢١٠ و ٥٤ يكون مضاعفا أيضا للحاصل ٦ × ٩ × ٣٥

وثانيا حيث ان كل مضاعف للحاصل ٦ × ٩ × ٣٥ يقبل القسمة ضرورة على كل واحد من الحاصلين ٦ × ٣٥ أو ٢١٠ و ٦ × ٩ أو ٥٤ أعنى أنه يكون مضاعفا مشتركا بينهما

كانت مضاعفات الحاصل ٦ × ٣٥ × ٩ هى مضاعفات مشتركة بين العددين ٢١٠ و ٥٤ وحيث أن الحاصل ٦ × ٣٥ × ٩ هو أصغر مضاعف لنفسه فيكون اذن هو أصغر مضاعف مشترك بين العددين ٢١٠ و ٥٤ غير أن الحاصل ٦ × ٣٥ × ٩ = ٢١٠ × ٩ أو = ٥٤ × ٣٥ واذن فقد ثبت المطلوب

(١٢١) نتيجــة ومما ذكر ينتج أن كل مضاعف مشترك بين عددين يكون مضاعفا أيضا للمضاعف الاصغر المشترك بينهما

(فى البحث عن المضاعف المشترك الاصغر بين جملة أعداد)

(١٢٢) لايجاد المضاعف المشترك الاصغر بين جملة أعداد نبحث عن المضاعف المشــترك الاصغر بين عددين منها ثم نبحث عن المضاعف المشترك الاصغر بين هذا المضاعف المشــترك الاصغر والعدد الثالث وهكذا ويكون المضاعف المشترك الاصغر الاخير هو المضاعف المشترك الاصغر المطلوب

فاذا أريد ايجاد المضاعف المشترك الاصغر بين الاعداد ٣٦٠ و ٢١٦ و ١٢٦ و ٥٤ نقول اذا اتبعنا ما ذكرناه بالقاعدة نتوصــل الى المضاعف المشــترك الاصــغر المطلوب وهو ٧٥٦٠ وللبرهنة على ذلك نقول

أولا — حيث ان العدد المبحوث عنه لما كان مضاعفا مشتركا للعــددين ٣٦٠ و ٢١٦ فيكون مضاعفا أيضا للمضاعف المشــترك الاصغر بين العــددين المذكورين وهو ٥ × ٢١٦ واذن فهو مضاعف للاعداد الثلاثة ٥ × ٢١٦ و ١٢٦ و ٥٤

ثانيا — ان كل مضاعف مشترك لهــذه الاعداد الثلاثة يجب أن يكون مضاعفا للاعداد الاربعة المفروضة حيث ان العددين ٣٦٠ و ٢١٦ هما عاملان من عوامل الحاصل ٥ × ٢١٦ لان ٥ × ٢١٦ = ٥ × ٧٢ × ٣ = ٣٦٠ × ٣

واذن فيكون المضاعفات المشتركة للاعداد ٣٦٠ و ٢١٦ و ١٢٦ و ٥٤ هى عين المضاعفات المشتركة للاعداد ٥ × ٢١٦ و ١٢٦ و ٥٤ ويكون المضاعف المشترك الاصغر للأعداد الاول هو عين المضاعف المشترك الاصغر للاعداد الاخر

غير أن المضاعف المشترك الاصغر للعددين ٥ × ٢١٦ و ١٢٦ هو ٥ × ٢١٦ × ٧ فاذا أعدنا البراهين المتقدمة نتوصــل الى أن المضاعف المشترك الاصغر للاعداد المفروضة يكون مساويا للمضاعف المشترك الاصغر للعددين ٥ × ٢١٦ × ٧ و ٥٤

ولما كان المضاعف المشترك الاصغر للعددين ٥ × ٢١٦ × ٧ و ٥٤ هو ٥ × ٢١٦ × ٧ = ٧٥٦٠ فيكون هو المضاعف المشترك الاصغر المطلوب

(١٢٣) ومن ذلك ينتج

أولا – ان كل مضاعف مشترك بين جملة أعداد يكون مضاعفا لمضاعفها المشترك الاصغر

ثانيا – اذا وجدت جملة أعداد أولية مع بعضها فان مضاعفها المشترك الاصغر يكون مساويا لحاصل ضربها في بعضها

وهذا أمر ضروري لان قاسمها المشترك الاصغر هو الواحد وحينئذ فالمضاعف المشترك الاصغر للاعداد ١٦ و ٩ و ٧ الاولية معا يكون مساويا الى ١٦ × ٩ × ٧ = ١٠٠٨

الفصل الخامس

(في خواص الاعداد الاولية)

(١٢٤) كل عدد غير أولى لابد وأن يكون له بالاقل عامل واحد أولى

وذلك لانه لما كان العدد المفروض غير أولى فلابد وأن يكون ناتجا من ضرب عددين في بعضهما ثم اذا كان أحد هذين العددين أوليا فقد ثبت المطلوب والا فيكون كلاهما ناتجا من ضرب عددين في بعضهما ثم اذا كان أحد هذه الاعداد أوليا ثبت المطلوب والا فكل واحد منها ناتج من ضرب عددين في بعضهما وهكذا ولما كانت الاعداد المذكورة صحيحة وآخذة في التناقص ضرورة شيأ فشيأ فلابد وأن يوجد بينها ولو عامل واحد يكون أوليا وحيث ان هذا العامل هو كما لا يخفى أحد عوامل العدد المفروض فلذا قد ثبت المطلوب

مثاله عدد ١٩٢٠ = ٢٤ × ٨٠ = ٤ × ٦ × ٤ × ٢٠ = ٢ × ٢ × ٢ × ٣ × ٢ × ٢ × ٢ × ١٠

ومن ذلك ينتج

أولا – حيث انه يمكن اعادة البراهين المتقدمة على عوامل الحاصل التي لم تكن أولية أمكن أن يقال ان كل عدد غير أولى يساوي حاصل ضرب عدة أعداد أولية في بعضها

فعدد ١٩٢٠ المذكور في مثال النمرة المتقدمة يساوي ٢ × ٢ × ٢ × ٣ × ٢ × ٢ × ٢ × ٢ × ٥ = ٢^٧ × ٣ × ٥

ثانيا ـ ان كل عددين غير أوليين معا لابد وأن يكون لهما بالاقل عامل واحد أولى مشترك بينهما لانه لما كان العددان المفروضان غير أوليين معا فيكون قاسمهما المشترك الاعظم غير الواحد فاذا كان هذا القاسم عددا أوليا ثبت المطلوب والا فهو مساو لحاصل ضرب عدة مضاريب أولية وهو المراد

فالعددان ٦٠ و ٤٨ قاسمهما المشترك الاعظم هو ١٢ وهو مساو الى ٢ × ٢ × ٣ فكل عامل من هذه مشترك بين العددين ٦٠ و ٤٨

(١٢٦) فى انشاء جدول الاعداد الاولية ـ لتكوين جدول الاعداد الاولية الى حد معين تكتب الاعداد المتوالية من ابتداء الواحد الى ذلك الحد المعين ١٠٠ أو ١٠٠٠ مثلا ثم يضرب بالقلم على كل واحد من مضاعفات الاعداد الاولية ٢ و ٣ و ٥ و ٧ و ١١ و ١٣ و ١٧ وهكذا لكنه لاجل الاختصار يلاحظ عند كتابة الاعداد المتوالية أن لا يوضع منها الا الفردية فقط لان جميع الاعداد الزوجية تقبل القسمة على ٢ هكذا

١ و ٢ و ٣ و ٥ و ٧ و ٩ و ١١ و ١٣ و ١٥ و ١٧ و ١٩ و ٢١ و ٢٣ و ٢٥ و ٢٧
و ٢٩ و ٣١ و ٣٣ و ٣٥ و ٣٧ و ٣٩ و ٤١ و ٤٣ و ٤٥ و ٤٧ و ٤٩ و ٥١ و ٥٣
و ٥٥ و ٥٧ و ٥٩ و ٦١ و ٦٣ و ٦٥ و ٦٧ و ٦٩ و ٧١ و ٧٣ و ٧٥ و ٧٧ و ٧٩
و ٨١ و ٨٣ و ٨٥ و ٨٧ و ٨٩ و ٩١ و ٩٣ و ٩٥ و ٩٧ و ٩٩

ثم نقول حيث ان كل واحد من هذه الاعداد يزيد عن سابقه ٢ فاذا عددنا هذه الاعداد ثلاثة ثلاثة بعد عدد ٣ فان كل عدد نقف عليه يكون مضاعفا للعدد ٣ فنضرب عليه بالقلم ومالم نقف عليه لم يكن كذلك وكذا لو عددنا تلك الاعداد خمسة خمسة بعد رقم ٥ وسبعة سبعة بعد رقم ٧ وهكذا فان كل عدد نقف عليه لا يكون من الاعداد الاولية فنضرب عليه بالقلم أيضا ومثل ذلك نجرى العمل للاعداد الاولية ١١ و ١٣ و ١٧ وهكذا

(١٢٧) تنبيه ـ ربما توهم المتأمل لهذا الجدول أن توالى الاعداد الاولية منته لما يراه من أن عددها يقل شيأ فشيأ كلما تقدمنا فى الاعداد حيث ان العشرة السابعة لا تشتمل الا على ثلاثة من الاعداد الاولية والعشرة الثامنة لا تشتمل منها الا على اثنين والعشرة التاسعة لا تشتمل منها الا على واحد ولما كان الامر بخلاف ذلك لزم لدفع هذا الوهم أن نذكر الخاصية الآتية

(١٢٨) توالى الاعداد الاولية غير منته

والبرهنة على ذلك يكفى أن نبرهن على أن كل عدد أولى يفرض اختياريا لابد وأن يوجد له عدد آخر أولى أكبر منه ولذلك نقول

لنفرض أن عدد ٢٣ هو العـــدد الاولى الاختيارى المفروض فاذا ضربنا على التوالى جميع الاعداد الاوليـــة فى بعضها من ابتـــداء عدد ٢ لغاية عدد ٢٣ المذكور وأضفنا واحدا الى الناتج تحصـــل ٢ × ٣ × ٥ × ٧ × ١١ × ١٣ × ١٧ × ١٩ × ٢٣ + ١ وهو عدد لايقبل القسمة على أى واحد من المضاريب المذكورة لان باقى قسمته على كل منها هو الوحدة ثم اذا كان هذا الحاصـــل أوليا فيكون ضرورة أكبر من ٢٣ وبذلك يثبت المطلوب والافلابد وأن يكون له مضروب أولى (١٢٤) لايمكن أن يكون واحدا من المضاريب السابقـــة فيكون اذن أكبر من ٢٣ وهو المراد

(١٢٩) يؤخذ مما ذكر طريقة لمعرفة ما اذا كان أى عدد مفروض أوليا أو غير أولى وهى أن نجرب قسمته على التوالى على جميع الاعداد الاولية ٢ و ٣ و ٥ و ٧ و ١١ و ١٣ و ... الخ ثم نوقف استمرار تلك التجربة متى توصلنا فى أى عملية تجربة الى خارج قسمة يكون اما مساويا أو أصغر من المقسوم عليه الجارى عليه التجربة فاذا لم يكن أحد بواقى عمليات القسمة المذكورة صفرا كان العدد المذكور أوليا

وذلك لانه لو قيل بامكان قابلية قسمة العدد المفروض على عدد أكبر من المقسوم عليـــه الاخير فانه لابد وأن يقبل ضرورة القسمة على خارج قسمته عليه الذى يكون ضرورة أصغر من خارج قسمة العدد المفروض على المقسوم عليـــه الاخير مع أنه قد علم عدم امكان ذلك فلهذا لايمكن أن يقبل العدد المفروض القسمة على أى عدد أكبر من المقسوم عليه الاخير واذن يكون أوليا

فاذا أريد مثلا اختبار ما اذا كان عدد ٩٧ أوليا أو غير أولى قسمناه على الاعداد الاولية ٢ و ٣ و ٥ و ٧ و ١١ وهكذا على التوالى وحيث أولا انه قد تحصل باق لكل واحدة من تلك العمليات وثانيا انه عند اجراء عملية القسمة الاخيرة التى كان فيها المقسوم عليـــه ١١ قد تحصلنا فيها على الخارج ٨ الذى هو أقل من ١١ فلذا قد أوقفنا استمرار عمل التجربة وعلمنا أن العدد أولى لانه لو قيل بلزوم تجربة قسمته على ١٣ قلنا ان امكان قابلية قسمة العدد المذكور على ١٣ يستدعى ضرورة قابليته القسمة على خارج قسمته عليه الذى يكون ضرورة أقل من ٨ وقد علم عدم امكان ذلك

(١٣٠) كل عدد أولى يقسم حاصل ضرب عدة عوامل فانه يقسم أحدها على الاقل

أولا — نفرض أن الحاصل مؤلف من حاصلين فقط

فاذا قسم عدد ٣ الحاصل ٨ × ١٥ لزم أن يقسم أحد العـــاملين ٨ أو ١٥ لانه اذا لم يقسم أحدهما ٨ مثلا كان ضرورة أوليا معه وحيث انه يقسم الحاصل ٨ × ١٥ فيقسم العامل ١٥ ضرورة (١١٢)

ثانيا ـ نفرض أن الحاصل مؤلف من جملة عوامل

فاذا قسم عدد ٧ الحاصل ٢٢ × ١٩ × ١٥ × ٢٨ فانه لابد وأن يقسم أحد عوامله وذلك لانه اذا لم يقسم العامل ٢٢ فيكون أوليا معه وحيث ان حاصل الضرب المعلوم يمكن اعتباره كأنه ناتج من ضرب ٢٢ فى ١٩ × ١٥ × ٢٨ لزم أن يقسم العدد ٧ الحاصل ١٩ × ١٥ × ٢٨

ثم اذا كان عدد ٧ أوليا مع العامل ١٩ فلابد وأن يقسم الحاصل ١٥ × ٢٨ واذا لم يقسم المضروب ١٥ فانه لابد وأن يقسم العامل ٢٨ وهو المراد

(١٣١) ومما ذكر ينتج

أولا ـ اذا قسم عدد أولى قوة أى عدد فانه يقسم هذا العدد

فاذا قسم عدد ٣ القوة ٦^{٣} لزم أن يقسم العدد ٦ لانه لما كان ٦^{٣} = ٦ × ٦ × ٦ وكان عدد ٣ يقسم الحاصل ٦^{٣} فانه يقسم ضرورة أحد العوامل وهو ٦

ثانيا ـ القوى المختلفة لاى عددين أوليين معا تكون أولية معا أيضا

فاذا كان العددان ٥ و ٧ أوليين معا تكون قواهما ٥^{٣} و ٧^{٣} مثلا كذلك لانه ان لم يكن الامر كذلك ووجد عدد مثل ٣ مثلا يقسم ٥^{٣} و ٧^{٣} فانه لابد وأن يقسم كلا من ٥ و ٧ وهو مغاير للفرض

(١٣٢) يقال للعدد انه محلل الى مضاريبه الاولية متى تحصلنا على توالى الاعداد الاولية التى يكون حاصل ضربها مساويا للعدد المفروض

ومن المعلوم أنا اذا تحصلنا عند تحليل عدد الى مضاريبه الاولية على عامل مكرر مرتين أو عدة مرات فانا لا نكتبه الا مرة واحدة ونضع فوقه أسا مساويا لعدد مرات تكراره كما تقدم ذلك فى الضرب

وعلى هذا يكون عدد ٤٨ = ٢ × ٢ × ٢ × ٢ × ٣ = ٢^{٤} × ٣

(١٣٣) لا يمكن تحليل أى عدد الى مضاريبه الاولية الا بطريقة واحدة

فان قيل بامكان تحليل عدد ما مثل ٨٤٠ الى مضاريبه الاولية بطريقتين بمعنى أنه يتحصل من الطريقة الاولى مضاريب أولية غير التى تتحصل من الطريقة الثانية هكذا

من الطريقة الاولى ٨٤٠ = ٢ × ٢ × ٢ × ٣ × ٥ × ٧

من الطريقة الثانية ٨٤٠ = ا × ا × ا × ب × ح × ء × هـ × و نقول

أولا ــ ان هــذين الحاصلين يجب أن يشتمل كل منهما على عين المضاريب الاولية التى يشتمل عليها الثانى وذلك لانه لما كان المتساويتان السابقتان يدلان على شئ واحد تحصل

٢ × ٢ × ٢ × ٣ × ٥ × ٧ = ا × ا × ا × ا × ب × ح × ء × هـ × و (١)

وحيث ان الطرف الاول من هذه المتساوية يقبل القسمة على ٢ فيكون الطرف الثانى كذلك لكنه حيث كان عدد ٢ أوليا فيقسم أحد عوامل هذا الحاصل وليكن ا مثلا ولما كان ا أوليا أيضا فلا يتأتى له أن يقبل القسمة على ٢ الا اذا كان مساويا له واذن يكون ا = ٢ وبعمــل ماذكر يبرهن على أن ب = ٣ و ح = ٤ و ء = ٧ وعلى أن كل واحد من العاملين هـ و و مساو للوحدة .

ثانيــا ــ ان العامل الواحد لا يدخل فى حاصــلى الضرب الا بمقدار واحد من المرات بمعنى أنه حيث ان عدد ٢ يدخل ثلاث مرات فى الحاصــل الاول فلا يدخل فى الثــانى الا ثلاث مرات أيضــا

فلو قيــل بخلاف ذلك بان دخل العامل ٢ فى الحاصــل الثــانى مرات أزيد من مرات دخوله فى الحاصل الاول نقول انا لو قسمنا طرفى المتساوية (١) على العامل ٢ ثلاث مرات متوالية الت المتساوية المذكورة الى

٣ × ٥ × ٧ = ا × ب × ح × ء × هـ × و

ويرى فى هذه المتساوية أن طرفها الثانى يقبل القسمة على ٢ دون طرفها الاول وهو مستحيل

(١٣٤) اذا تقرر ماذكر وجب أن نتكلم على كيفية تحليل أى عدد الى مضاريبه الاوليــة فنقول يكفى لتحليل أى عدد الى عوامله الاولية أن يقسم على التوالى على جميع الاعداد الاولية التى تقسمه ونجرى تلك العملية على كل منها مرة أو عدة مرات حتى لا يتأتى القسمة عليه

فاذا أريد مثلا تحليل العدد ٦٩٣٠ الى عوامله الاولية وضع العمل هكذا

٦٩٣٠	٢
٣٤٦٥	٣
١١٥٥	٣
٣٨٥	٥
٧٧	٧
١١	١١
١	

ونقول حيث ان هذا العدد زوجى فيقبل القسمة على ٢ وخارج القسمة هو ٣٤٦٥ وهو لايقبل القسمة على ٢ وانما يقبل القسمة على ٣ وخارج القسمة وهو ١١٥٥ يقبل القسمة على ٣ أيضا وخارج قسمته على ٣ هو ٣٨٥ وهو لايقبل القسمة على ٣ وانما يقبل القسمة على ٥ وخارج القسمة وهو ٧٧ لا يقبل القسمة على ٥ وانما يقبل القسمة على ٧ وخارج قسمته على ٧ هو ٧ وهو عدد أولى لا يقبل القسمة الا على نفسه وبذلك قد تم تحليل العدد المعلوم الى عوامله الاولية ويكون

$$١١ \times ٧ \times ٥ \times ٣^{٢} \times ٢ = ٦٩٣٠$$

(١٣٥) تنبيه — مهما كانت الطريقة التى تتبع فى التحليل أى سواء ابتدأنا بقسمة العدد المفروض على ٢ أو على ٥ أو على غيرهما من عوامله الاولية فانه لايمكن أن نتوصل من عملية التحليل الى غير الناتج السابق حيث انه لايمكن تحليل أى عدد الى عوامله الاولية الابطريقة واحدة

(فى البحث عن قواسم أى عدد)

(١٣٦) يجب ويكفى لامكان قابلية عدد القسمة على عدد آخر أن يشتمل على جميع العوامل الاولية الموجودة فى المقسوم عليه بأس مساو بالاقل لاسها فيه

وللبرهنة على ذلك يجب أن نبين أمرين أحدهما وجوب هذا الشرط وثانيهما كفاءته

الاول — أن هذا الشرط واجب لانه لما كان المقسوم مساويا حاصل ضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة فيحتوى اذن على جميع العوامل الاولية المشتركة بين المقسوم عليه وخارج القسمة بأس مساو لمجموع أسيها فيهما (٧٨) والتى لم تكن مشتركة بينهما تكون موجودة فيه كما هى فيهما وحينئذ فيشتمل المقسوم على جميع العوامل الاولية الموجودة فى المقسوم عليه بأس اما مساو لاسها فيه أو أكبر منه

الثانى — أن هذا الشرط كاف لانه بوجود الشرط المذكور يمكن دائما تكييف مضاريب المقسوم بحيث يتركب منها عاملان يكون أحدهما المقسوم عليه

وبناء على ماذكر يكون عدد $٥^{٢} \times ٣^{٤} \times ٧^{٥} \times ١١$ قابلا للقسمة على $٥^{٢} \times ٣^{٢} \times ٧^{٤}$ وذلك لانه يمكن وضع المقسوم على هذه الصورة

$$(١١ \times ٧ \times ٣^{٢}) \times (٧^{٤} \times ٣^{٢} \times ٥^{٢}) = ١١ \times ٧^{٥} \times ٣^{٤} \times ٥^{٢}$$

(١٣٧) ولنبحث الان عن قواسم أى عدد مع بيان عدد تلك القواسم فنقول
أولا ــ اذا أريد البحث عن جميع قواسم عدد ١٨٠٠ نقول اذا حللنا العدد المذكور الى عوامله الاولية نجد أن $١٨٠٠ = ٢^{٣} \times ٣^{٢} \times ٥^{٢}$

ولما كان عدد ١٨٠٠ يقبل القسمة على واحد وعلى القوى الثلاثة الاول لعدد ٢ ويقبل القسمة على واحد وعلى القوتين الاولى والثانية لعدد ٣ وعلى واحد وعلى القوتين الاولى والثانية لعدد ٥ وأن تلك القوى أولية مع بعضها (نمرة ١٣١ النتيجة الثانية) فانه يكون قابلا للقسمة على حاصل ضربها مثنى وثلاث ورباع وهكذا (١١٣) ولا يكون لها غيرها من القواسم (١٣٦) وحينئذ فللحصول على جميع قواسم أى عدد تكتب على ثلاثة أسطر أفقية

الواحد وقوى عدد ٢ لغاية القوة الثالثة
والواحد وقوى عدد ٣ لغاية القوة الثانية
والواحد وقوى عدد ٥ لغاية القوة الثانية

ثم تضرب جميع عوامل السطر الاول فى جميع عوامل السطر الثانى ثم تضرب النواتج المتحصلة فى جميع عوامل السطر الثالث وباجراء العمل على هذا النسق يحدث

١ و ٢ و $٢^{٢}$ و $٢^{٣}$ أو ١ و ٢ و ٤ و ٨
١ و ٣ و $٣^{٢}$ أو ١ و ٣ و ٩
١ و ٥ و $٥^{٢}$ أو ١ و ٥ و ٢٥

حواصل ضرب عوامل السطر الاول فى الثانى

١ و ٢ و ٤ و ٨ ٣ و ٦ و ١٢ و ٢٤ ٩ و ١٨ و ٣٦ و ٧٢

حواصل ضرب عوامل السطرين الاولين فى السطر الثالث

٥ و ١٠ و ٢٠ و ٤٠ ١٥ و ٣٠ و ٦٠ و ١٢٠ ٤٥ و ٩٠ و ١٨٠ و ٣٦٠
٢٥ و ٥٠ و ١٠٠ و ٢٠٠ ٧٥ و ١٥٠ و ٣٠٠ و ٦٠٠ ٢٢٥ و ٤٥٠ و ٩٠٠ و ١٨٠٠

ويوضع الاعمال عادة على الصورة الآتية

		١
١٨٠٠	٢	٢
٩٠٠	٢	٤
٤٥٠	٢	٨
٢٢٥	٣	٣ و ٦ و ١٢ و ٢٤
٧٥	٣	٩ و ١٨ و ٣٦ و ٧٢
٢٥	٥	٥ و ١٠ و ٢٠ و ٤٠ ١٥ و ٣٠ و ٦٠ و ١٢٠ ٤٥ و ٩٠ و ١٨٠ و ٣٩٠
٥	٥	٢٥ و ٥٠ و ١٠٠ و ٢٠٠ ٧٥ و ١٥٠ و ٣٠٠ و ٦٠٠ ٢٢٥ و ٤٥٠ و ٩٠٠ و ١٨٠٠
١		

ثانيا — ان عدد هذه القواسم فهو مساو ضرورة للعدد المتحصل من ضرب أعداد السطور الثلاثة غير أن كل سطر منها مشتمل على قواسم بقدر وحدات أس العامل المعتبر زائدا واحدا حيث يوجد فى السطر الاول قواسم عددها ٣ + ١ أو ٤ ويوجد فى الثانى ٢ + ١ أو ٣ ويوجد فى الثالث ٢ + ١ أو ٣ وحينئذ اذا ضرب كل قاسم من قواسم السطر الاول فى كل قاسم من قواسم الثانى يتحصل قواسم عددها مساو (٣ + ١) × (٢ + ١) أو مساو الى ٤ × ٣ وبضرب جميع قواسم هذا الناتج فى قواسم الصف الثالث يتحصل قواسم عددها مساو الى (٣ + ١) × (٢ + ١) × (٢ + ١) أو الى ٤ × ٣ × ٣ = ٣٦

وعلى العموم يكون عدد قواسم أى عدد مساويا لحاصل ضرب أسس عوامله الاولية فى بعضها بزيادة واحد لكل منها

(١٣٨) تطبيقا لما ذكر من القواعد نبحث الآن عن القاسم المشترك الاعظم بين جملة أعداد محللة الى عواملها الاولية وعن المضاعف المشترك الاصغر لجملة أعداد كذلك

(١٣٩) لايجاد القاسم المشترك الاعظم بين جملة أعداد محللة الى عواملها الاولية يكفى ضرب جميع العوامل الاولية المشتركة بينها مأخوذة بأصغر أس لها

فالقاسم المشترك الاعظم بين الاعداد ١٨٩٠ و ١٩٨٠ و ١٢٦٠٠ المحللة الى عواملها الاولية هكذا

$$١٨٩٠ = ٢ \times ٣^{٣} \times ٥ \times ٧ \quad و$$

$$١٩٨٠ = ٢^{٢} \times ٣^{٢} \times ٥ \times ١١ \quad و$$

$$١٢٦٠٠ = ٢^{٣} \times ٣^{٢} \times ٥^{٢} \times ٧$$

هو $٢ \times ٣^{٢} \times ٥$

وذلك لانه لما كان العدد المطلوب يلزم أن يكون قاسما مشتركا بين الاعداد المفروضة فلا يمكن أن يشتمل الا على المضاريب المشتركة بينها وحينئذ فلو اشتمل على عامل غير مشترك بينها أو على عامل مشترك بينها وكان مأخوذا بأعظم أس له فكأنما اشتمل على عوامل لم تكن موجودة فى جميعها وبذا لا يكون قاسما مشتركا وغير ذلك حيث انه لا يوجد قاسم مشترك بين الاعداد المفروضة مشتمل على عوامل أكثر منه فيكون هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب

(١٤٠) لايجاد المضاعف المشترك الاصغر لجملة أعداد مفروضة محللة الى عواملها الاولية يكفى تحصيل حاصل ضرب جميع العوامل الاولية المختلفة الداخلة فيها مأخوذا لمشترك منها بأعظم أس له وغير المشترك كما هو

فعلى هذا اذا أردنا ايجاد المضاعف المشترك الاصغر للاعداد ٤٠ و ٦٠ و ١٢٦ المحللة الى عواملها الاولية هكذا

$$٤٠ = ٢^{٣} \times ٥$$

$$٦٠ = ٢^{٢} \times ٣ \times ٥$$

$$١٢٦ = ٢ \times ٣^{٢} \times ٧$$

نقول انه بمقتضى ما ذكر بالقاعدة يكون المضاعف المشترك الاصغر مساويا الى

$$٢^{٣} \times ٣^{٢} \times ٥ \times ٧ = ٢٥٢٠$$

وذلك لانه لما كان هـذا العـدد يقبل القسمة على كل واحد من الاعداد المفروضـة (١٣٦) فيكون مضاعفا مشتركا لها وغير ذلك حيث انه اذا حذف أى عامل من عوامله ٣ مثلا بان صار $٢^{٣} \times ٣ \times ٥ \times ٧$ فان ذلك يستلزم أن لا يكون الناتج مضاعفا مشتركا للاعداد المفروضة لانه وان كان مضاعفا مشتركا للعددين ٤٠ و ٦٠ لكنه ليس مضاعفا العدد ١٢٦ فيكون اذن $٢^{٣} \times ٣^{٢} \times ٥ \times ٧ = ٢٥٢٠$ هو المضاعف المشترك الاصغر المطلوب

(١٤١) تنبيــه ـ اذا قسمنا المضاعف المشترك الاصغر لجملة أعداد على كل واحد منها فان خوارج القسمة التى تنتج تكون أولية مع بعضها

لانه لو كان الامر بخلاف ذلك فان حذف المضاريب المشتركة بينها من المضاعف المشترك الاصغر لايمنع من قابليته القسمة على كل واحد من الاعداد المفروضة وبذلك لايكون هو المضاعف المشترك الاصغر

(تمـــــرينات)

(١) المطلوب البرهنة على أن الفرق بين أى عددين تركبا من أرقام متحدة المقادير المطلقة يكون قابلا للقسمة على ٩

(٢) اذا تحصل من قسمة أى عددين على ثالث باقيان متساويان فانه يطلب البرهنة على أن الفرق بين العددين المذكورين يقبل القسمة على هذا العدد الثالث

(٣) المطلوب البرهنة على أن حاصل ضرب عددين متواليين يكون دائماً قابلا للقسمة على ٢

(٤) ماهى العلامة التى يعرف بها قابلية قسمة أى عدد على ٢٤

(٥) اذا كان القاسم المشترك الاعظم بين عددين هو ١٢ وكانت خوارج القسمة المتحصلة عند اجراء العملية هى على هذا الترتيب ٢ و ٣ و ١ و ٥ والمطلوب معرفة العددين المذكورين

(٦) ثلاث مراكب بخارية تخرج من مينة واحدة وتقصد جهة واحدة غير أن الاولى تخرج كل أربعة أيام مرة واحدة والثانية تخرج كل ستة أيام مرة واحدة والثالثة تخرج كل تسعة أيام مرة واحدة وقد خرجوا معا والمطلوب معرفة المدة اللازمة لخروجهم معا مرة ثانية

الباب الثالث

(فى الكسور الاعتيادية)

الفصل الاول

(فى المبادى)

(١٤٢) قدذكرنا فيما تقدم (بنمرة ٤) عند تعريف العدد أنه عند ماتكون الكمية المراد تقديرها أقل من الوحدة سميت النتيجة كسرا

لكنه لتقدير مثل تلك الكميات تستعمل وحدات صغيرة بواسطة قسمة الوحدات الاصلية الى جملة أجزاء متساوية تسمى بالاجزاء المتداخلة واجتماع جملة من هذه الاجزاء المتساوية أوأحدها يسمى كسرا

(١٤٣) فاذا قسمت الوحدة الى عشرة أجزاء متساوية أوالى مائة جزء متساوية أوالى ألف جزء متساوية بمعنى أنه اذا قسمت الوحدة الى عشرة أجزاء متساوية ثم قسم كل جزء منها الى عشرة أجزاء أخرى متساوية وكل جزء من هذه الاجزاء الاخيرة الى عشرة أجزاء متساوية وهكذا سميت هذه الاجزاء المتداخلة بالكسور الاعشارية يأتى الكلام عليها فى الباب الرابع ان شاء الله تعالى

(١٤٤) أما اذا لم يراع هذا القيد فى تقسيم الوحدة بان قسمت الى أجزاء متساوية أيا كان عددها سميت هذه الاجزاء بالكسور الاعتيادية فاذا قسم الواحد الى سبعة أقسام متساوية أوالى عشرين جزأ متساوية وأخذ من كل تقسيم منها جزء أوثلاثة أجزاء أوخمسة أجزاء فانه يقال لها سبع وجزء من عشرين جزأ وثلاثة أسباع وثلاثة أجزاء من عشرين جزأ وخمسة أسباع وخمسة أجزاء من عشرين جزأ

(١٤٥) وعلى العموم فالكسر هو جزء أوجملة أجزاء متساوية مأخوذة من أجزاء الواحد المنقسم الى عدة أجزاء متساوية

(١٤٦) ينتج من هذا التعريف أنه يحتاج دائما لاجل بيان الكسر الاعتيادى الى عددين أحدهما يسمى المقام ويدل على عدد الاجزاء المتساوية التى انقسم اليها الواحد وثانيهما يسمى البسط ويدل على عدد الاجزاء المأخوذة من هذه الاجزاء وكل من المقام والبسط يسمى بحد الكسر

(١٤٧) لكتابة أى كسر اعتيادى يوضع البسط فوق المقام ويفصلان بشرطة أفقية أما عند النطق به فانه يتلفظ أولا بالبسط ثم بالمقام ويفصلان بلفظة من أو على
فعلى هذا اذا أريد بيان الكسر الذى مقداره ثلاثة أجزاء من أحد عشر جزأ أو الكسر الذى مقداره خمسة عشر جزأ مأخوذة من ٣٢ جزأ يوضعان هكذا $\frac{٣}{١١}$ و $\frac{١٥}{٣٢}$
ويتلفظ بهما ثلاثة من أحد عشر وخمسة عشر من اثنين وثلاثين أو ثلاثة على أحد عشر وخمسة عشر على اثنين وثلاثين

(١٤٨) يستثنى من التسمية السابقة الكسور الآتية التى مقاماتها أعداد بسيطة مثل الكسور $\frac{١}{٢}$ و $\frac{١}{٣}$ و $\frac{٢}{٣}$ و $\frac{١}{٤}$ و $\frac{٢}{٤}$ و $\frac{٣}{٤}$ و $\frac{٢}{٥}$ و $\frac{٣}{٥}$ و $\frac{٤}{٥}$ و $\frac{٤}{٦}$ و $\frac{٥}{٧}$ و $\frac{٣}{٨}$ و $\frac{٤}{٩}$ وهكذا فيقال لها على سبيل الترتيب نصف وثلث وثلثاى وربع وربعان وثلاثة أرباع وخمسان وثلاثة أخماس وأربعة أخماس وأربعة أسداس وخمسة أسباع وثلاثة أثمان وأربعة أتساع وهكذا

(١٤٩) الكسر الاعتيادى يمكن أن يكون أقل من الواحد أو مساويا له أو أكبر منه وذلك على حسب ما يكون بسطه أقل من المقام أو مساويا له أو أكبر منه مثل الكسور $\frac{٥}{٨}$ و $\frac{٨}{٨}$ و $\frac{١١}{٨}$ لكنه يقال للكسر الاول من هذه الكسور الثلاثة كسرا حقيقيا وللثالث منها عددا كسريا لانه أكبر من الواحد ويطلق أيضا اسم العدد الكسرى على كل عدد مركب من عدد صحيح وكسر مثل $\frac{٣}{٧} + ٤$ أو $٤\frac{٣}{٧}$

(١٥٠) يحتاج الامر غالبا لتحويل عدد صحيح الى صورة كسرية مكافئة له من نوع معين مثل ما اذا أريد تحويل عدد ٣ الى صورة كسرية من نوع الاسباع يقال
حيث ان الواحد يعادل سبعة أسباع فعدد ٣ يعادل اذن واحدا وعشرين سبعا واذن يكون

$$\frac{٢١}{٧} = ٣$$

فالقاعدة العمومية لتحويل عدد صحيح الى صورة كسرية مكافئة له من نوع معين يضرب المقام المعين فى العدد الصحيح المعلوم ويجعل الحاصل بسطا للمقام المعين

(١٥١) أما اذا أريد تحويل عدد كسرى أى مركب من عدد صحيح ومن كسر الى صورة كسرية مكافئة له فانه يجب تحويل العدد الصحيح المصاحب للكسر الى صورة كسرية مكافئة له من نوع مقام الكسر المذكور ثم يضم الناتج الى الكسر المعلوم
فاذا أريد مثلا تحويل العدد الكسرى $\frac{٣}{٧} + ٤$ الى صورة كسرية فقط يحول أولا عدد ٤

الى أسباع فيحدث $\frac{٢٨}{٧}$ ثم يضم الى الكسر فيحدث $\frac{٣}{٧} + \frac{٢٨}{٧}$ ثم نقول من المعلوم أنه اذا ضم $\frac{٣}{٧}$ الى $\frac{٢٨}{٧}$ يكون الناتج مساويا $\frac{٣١}{٧}$ أى $\frac{٢٨+٣}{٧}$ أو $\frac{٤\times٧+٣}{٧}$

فالقاعدة العمومية لتحويل عدد صحيح وكسر الى صورة كسرية مكافئة له يضرب العدد الصحيح فى مقام الكسر المصاحب له ويضم الى الحاصل بسط الكسر ويجعل المجموع بسطا لمقام الكسر المفروض

(١٥٢) يطلب أحيانا استخراج الوحدات الصحيحة المشتمل عليها عدد كسرى معلوم وفى هذه الحالة تجرى ضرورة عملية تكون عكس العملية السابقة (بنمرة ١٥١)

فاذا أريد مثلا استخراج الوحدات الصحيحة المشتمل عليها العدد الكسرى $\frac{٣١}{٧}$ يقال من المعلوم أن كل سبعة أسباع من العدد الكسرى المعلوم تعادل واحدا صحيحا (١٤٩) وحينئذ فيشتمل العدد الكسرى $\frac{٣١}{٧}$ على وحدات صحيحة بقدر احتوائه على سبعة أسباع وحيث ان مقدار اشتمال $\frac{٣١}{٧}$ على سبعة أسباع هو عين مقدار اشتمال ٣١ على ٧ لزم اذن لاستخراج الوحدات الصحيحة المطلوبة قسمة ٣١ على ٧ وحيث ان خارج القسمة هو ٤ ويبقى ثلاثة أسباع يكون

$$\frac{٣١}{٧} = ٤ + \frac{٣}{٧}$$

فالقاعدة العمومية لاستخراج الوحدات الصحيحة المشتمل عليها عدد كسرى معلوم يجب قسمة بسطه على مقامه فخارج القسمة يدل على الوحدات الصحيحة المطلوبة

الفصـــــل الثـانى

(قواعـــــد فى الكســـــور)

(١٥٣) القاعدة الاولى ـ يعتبر الكسر الاعتيادى كأنه خارج قسمة بسطه على مقامه فالكسر $\frac{٥}{٨}$ مثلا يعتبر كأنه خارج قسمة عدد ٥ على عدد ٨ أو أنه ثمن خمسة آحاد

وبيان ذلك أنه لاجل قسمة ٥ على ٨ يمكن قسمة كل واحد من وحدات عدد ٥ على ٨ على التوالى وحيث ان ثمن الواحد يعادل $\frac{١}{٨}$ كما يعلم ذلك من التعريف فيكون ثمن خمسة آحاد يعادل خمسة أمثال الكسر $\frac{١}{٨}$ أو يعادل $\frac{٥}{٨}$

ويمكن التحقق من أنه اذا ضرب الكسر $\frac{٥}{٨}$ فى المقسوم عليه ٨ يتحصل المقسوم ٥ وذلك لانه حيث يتأتى من تكرار الثمن الواحد ثمان مرات واحد صحيح فيتحصل اذن من تكرار الخمسة أثمان ثمان مرات خمس وحدات صحيحة ويكون $\frac{٥}{٨} \times ٨ = ٥$

(١٥٤) ينتج مما ذكر أنه يمكن في أي عملية قسمة ذات باق تكميل مقدار خارج القسمة بكسر فاذا أريد مثلا قسمة ٢٩ على ٦ فان الجزء الصحيح من خارج القسمة هو ٤ غير أنه لقسمة باقي العملية ٥ على المقسوم عليه ٦ فانه يحصل على مقتضى القاعدة السابقة الكسر $\frac{٥}{٦}$ واذن يكون المقدار التام لخارج قسمة ٢٩ على ٦ هو ٤ + $\frac{٥}{٦}$

فالقاعدة العمومية لتكميل مقدار خارج القسمة في أي عملية قسمة ذات باق أن يضم الى الجزء الصحيح من خارج القسمة كسر يكون بسطه باقي العملية ومقامه المقسوم عليه

(١٥٥) القاعدة الثانية — الكسران المتحدا المقام أكبرهما ما كان بسطه أكبر والكسران المتحدا البسط أكبرهما ما كان مقامه أصغر

فالكسران $\frac{٥}{٧}$ و $\frac{٣}{٧}$ أكبرهما هو $\frac{٥}{٧}$ والكسران $\frac{٨}{١١}$ و $\frac{٨}{١٣}$ أكبرهما هو $\frac{٨}{١١}$

وللبرهنة على ذلك نقول

أولا — ان الاجزاء المتداخلة في الكسرين الاولين هي الاسباع وقد اشتمل أولهما على جزأين منها أكثر مما اشتمل عليه الكسر الثاني منها

ثانيا — ان الاجزاء المتداخلة في أحد الكسرين الثانيين التي يدل كل واحد منها على جزء من أحد عشر جزأ من الواحد هي أكبر من الاجزاء المتداخلة في الكسر الثاني منهما الدالة كل منها على جزء من ثلاثة عشر جزأ من الواحد وقد أخذ من كل منهما مقدار واحد من الاجزاء المتداخلة وهو ٨

وحينئذ فزيادة بسط الكسر تدل دائما على زيادة قيمة الكسر وزيادة مقامه على نقص قيمته واذن لتكبير الكسر يكبر بسطه ولتصغيره يكبر مقامه

(١٥٦) القاعدة الثالثة — لجعل قيمة الكسر أكبر مما كانت عليه بمرتين أو بثلاث مرات أو بأربع مرات وهكذا يكفي ضرب بسطه في ٢ أو في ٣ أو في ٤ وهكذا أو قسمة مقامه على ٢ أو على ٣ أو على ٤ وهكذا ان كانت عملية القسمة ممكنة

فاذا أريد تكبير قيمة الكسر $\frac{٥}{١٢}$ ثلاث مرات مثلا تحصل على مقتضى الحالة الاولى من القاعدة الثانية $\frac{١٥}{١٢}$ وعلى مقتضى الحالة الثانية منها $\frac{٥}{٤}$

وللبرهنة على ذلك نقول

أولا — حيث ان الاجزاء المتداخلة في كل من الكسر المفروض $\frac{٥}{١٢}$ ومن الكسر الناتج

من الحالة الاولى $\frac{١٥}{١٢}$ من نوع واحد لدلالة كل منها على جزء من اثنى عشر جزأ من الواحد الصحيح وأن الاجزاء المشتمل عليها الكسر الثانى هى ثلاث مرات أكبر من الاجزاء المدلول عليها بالكسر الاول فيكون الكسر الثانى أكبر ضرورة من الكسر الاول بثلاث مرات

ثانيا ـ حيث ان مقام الكسر الثانى فى الحالة الثانية أصغر من مقام الكسر الاول بثلاث مرات فيدل اذن على أن الواحد قد انقسم الى أجزاء متساوية أقل مما كان منقسما اليها بثلاث مرات أعنى أن كل جزء من الاجزاء الجديدة أكبر من كل جزء من الاجزاء الاولى بثلاث مرات وحيث ان عدد الاجزاء المأخوذ فى الكسرين واحد فيكون الكسر الثانى $\frac{٥}{٤}$ أكبر من الكسر الاول $\frac{٥}{١٢}$ بثلاث مرات

(١٥٧) القاعدة الرابعة ـ لجعل قيمة أى كسر أصغر مما كانت عليه بمرتين أو بثلاث مرات أو بأربع مرات وهكذا يكفى ضرب مقامه فى ٢ أوفى ٣ أوفى ٤ وهكذا أو قسمة بسطه على ٢ أوعلى ٣ أوعلى ٤ وهكذا اذ كانت عملية القسمة ممكنة

فاذا أريد تصغير قيمة الكسر $\frac{١٢}{٢٠}$ أربع مرات مثلا تحصل من الحالة الاولى $\frac{١٢}{٨٠}$ وتحصل من الثانية $\frac{٣}{٢٠}$

وللبرهنة على ذلك نقول

أولا ـ حيث ان الكسر $\frac{١٢}{٨٠}$ المتحصل من الحالة الاولى تدل أجزاؤه المتداخلة فيه على أن الواحد قد انقسم الى أجزاء أصغر من الاجزاء التى كان منقسما اليها أولا بأربع مرات وأن البسط فى هذا الكسر وفى المفروض واحد فيكون الكسر $\frac{١٢}{٨٠}$ أصغر من الكسر $\frac{١٢}{٢٠}$ بأربع مرات

ثانيا ـ حيث ان الاجزاء المتداخلة فى كل من الكسر المفروض $\frac{١٢}{٢٠}$ ومن الكسر الناتج من الحالة الثانية $\frac{٣}{٢٠}$ من نوع واحد وأن عدد الاجزاء المشتمل عليها الكسر الثانى أصغر من عدد الاجزاء المشتمل عليها الكسر الاول بأربع مرات فيكون الكسر $\frac{٣}{٢٠}$ أصغر من الكسر $\frac{١٢}{٢٠}$ بأربع مرات

(١٥٨) تنبيه ـ من المعلوم أن ضرب أحد حدى الكسر فى عدد ما ممكن دائما بخلاف القسمة فانها غالبا تكون غير ممكنة وحينئذ فالقاعدة العمومية لجعل قيمة أى كسر أكبر أو أصغر مما هى عليه تكون بضرب بسطه أو مقامه وفى حالة امكان اجراء عملية القسمة فالاولى اجراؤها لما يتحصل منها من النواتج البسيطة

(١٥٩) القاعدة الخامسة ـ قيمة الكسر لا تتغير اذا ضرب أو قسم كل من حديه على عدد واحد

وذلك أولا ـ بضرب بسط الكسر فى عددمّا فان قيمة هذا الكسر تكبر عما كانت عليه مرات بقدر وحدات المضروب فيه وأما بضرب المقام فى العدد المذكور فان قيمة الكسر تصغر عما كانت عليه مرات بقدر وحدات المضروب فيه وبذلك ترجع قيمة الكسر الى الحالة الاصلية لها

ثانيا ـ اذا قسم بسط الكسر على عددمّا فان قيمة الكسر تصغر عما كانت عليه مرات بقدر وحدات المقسوم عليه وأما بقسمة المقام على العدد المذكور فان قيمة الكسر تكبر عما كانت عليه مرات بقدر وحدات المقسوم عليه وبذلك ترجع قيمة الكسر الى حالتها الاصلية

(١٦٠) القاعدة السادسة ـ اذا أضيف عدد واحد لحدى كسر فان قيمته تزيد اذا كان الكسر أصغر من الواحد وتنقص اذا كان أكبر منه

وللبرهنة على ذلك نقول

أولا ـ اذا أضيف عدد اثنين الى حدى الكسر $\frac{٥}{٨}$ الذى هو أقل من الواحد بان صار $\frac{٧}{١٠}$ فأقول ان هذا الكسر الثانى أكبر من الاول

وذلك لانا لو قارنا الكسرين المذكورين بالواحد الصحيح نرى أن الاول ينقص عنه بالمقدار $\frac{٣}{٨}$ والثانى ينقص عنه بالمقدار $\frac{٣}{١٠}$ وحيث ان $\frac{٣}{٨}$ أكبر من $\frac{٣}{١٠}$ (١٥٥) يكون الكسر $\frac{٧}{١٠}$ أكبر من $\frac{٥}{٨}$ لزيادة قربه من الواحد عن الكسر المفروض

ثانيا ـ اذا ضم عدد ٣ مثلا الى حدى الكسر $\frac{٩}{٥}$ الذى هو أكبر من الواحد بأن صار $\frac{١٢}{٨}$ فأقول ان الكسر الثانى أصغر من الاول

وذلك لانا لو قارنا الكسرين المذكورين بالواحد الصحيح نرى أن الكسر الاول $\frac{٩}{٥}$ يزيد عنه بالمقدار $\frac{٤}{٥}$ وأن الكسر الثانى $\frac{١٢}{٨}$ يزيد عنه بالمقدار $\frac{٤}{٨}$ وحيث ان الكسر $\frac{٤}{٥}$ أكبر من $\frac{٤}{٨}$ فيزيد اذن الكسر $\frac{٩}{٥}$ على الواحد بمقدار أكبر مما يزيده الكسر $\frac{٨}{١٢}$ عنه واذن فيكون $\frac{٩}{٥}$ أكبر من $\frac{٨}{١٢}$

* (١٦١) تنبيـــه اذا أخذ العدد الذى يضم الى حدى الكسر فى الزيادة شيأ فشيأ بحالة
* مستمرة الى غير نهاية فان قيمة الكسر تأخذ اما فى الزيادة شيأ فشيأ بحالة مستمرة الى غير نهاية
* اذا كان الكسر أقل من الواحد واما فى النقص شيأ فشيأ بحالة مستمرة الى غير نهاية اذا كان

* الكسر أكبر من الواحد وفي كلتي الحالتين يأخذ الكسر في القرب شيأ فشيأ من نهاية واحدة
* وهي الوحدة
* وللبرهنة على ذلك نقول
* أولا — اذا ضمت الاعداد ٣ و ٤ و ٥ و ٦ و ... الخ على التوالي الى حدى الكسر $\frac{٥}{١٢}$
* الذي هو أقل من الواحد تحصلت الكسور $\frac{٨}{١٥}$ و $\frac{٩}{١٦}$ و $\frac{١٠}{١٧}$ و $\frac{١١}{١٨}$ و ...
* وهي تفرق عن الواحد بالكسور $\frac{٧}{١٥}$ و $\frac{٧}{١٦}$ و $\frac{٧}{١٧}$ و $\frac{٧}{١٨}$ و ...
* وحيث ان قيم هذه الكسور الاخيرة آخذة في النقص شيأ فشيأ لان بسوطها واحدة ومقاماتها
* آخذة في الزيادة (١٥٥) فيأخذ الفرق اذن الكائن بين كل واحد من الكسور $\frac{٨}{١٥}$ و $\frac{٩}{١٦}$ و $\frac{١٠}{١٧}$
* و $\frac{١١}{١٨}$ و ... و بين الواحد في النقص شيأ فشيأ وحيث انه مع الاستمرار يمكن جعل هذا
* الفرق صغيرا جدا على قدر ما يراد أي أصغر من أي كمية مفروضة فيقال حينئذ ان نهاية
* ذلك الفرق هي الصفر وبناء عليه تكون نهاية الكسر المفروض هي الوحدة
* ثانيا — اذا ضمت الاعداد ٣ و ٤ و ٥ و ٦ و ... الخ على التوالي الى حدى الكسر $\frac{١٢}{٥}$
* الذي هو أكبر من الوحدة تحصلت الكسور $\frac{١٥}{٨}$ و $\frac{١٦}{٩}$ و $\frac{١٧}{١٠}$ و $\frac{١٨}{١١}$ و ...
* وهي تنقص عن الواحد بالكسور $\frac{٧}{٨}$ و $\frac{٧}{٩}$ و $\frac{٧}{١٠}$ و $\frac{٧}{١١}$ و ...
* وحيث ان قيم هذه الكسور آخذة في النقص شيأ فشيأ كما هو مشاهد لان بسوطها واحدة
* ومقاماتها آخذة في الزيادة (١٥٥) فتأخذ الزيادة اذن التي بين كل واحد من الكسور
* $\frac{١٥}{٨}$ و $\frac{١٦}{٩}$ و $\frac{١٧}{١٠}$ و $\frac{١٨}{١١}$ و ... وبين الواحد في النقص شيأ فشيأ وحيث انه مع
* الاستمرار يمكن جعل تلك الزيادة صغيرة جدا على قدر المراد أي أصغر من أي كمية مفروضة
* فيقال اذن ان نهاية تلك الزيادة هي الصفر وبناء عليه تكون نهاية الكسر المفروض هي
* الوحدة

(١٦٢) نتيجة — ينتج مما ذكر أنه اذا طرح عدد واحد من حدى كسر فان قيمته تنقص اذا كان الكسر أصغر من الواحد وتزيد اذا كان أكبر منه

وللبرهنة على ذلك نقول

أولا — اذا طرح عدد ٢ من حدى الكسر $\frac{٥}{٨}$ الذي هو أقل من الواحد بان صار $\frac{٣}{٦}$ صار الكسر الثاني أصغر من الاول لانه يمكن اعتبار الكسر $\frac{٥}{٨}$ ناتجا من ضم عدد ٢ الى حدى الكسر $\frac{٣}{٦}$ الذي هو أقل من الواحد

ثانيا ـ اذا طرح عدد ٣ من حدى الكسر $\frac{١٣}{٩}$ الذى هو أكبر من الواحد بان صار $\frac{١٠}{٦}$ صار الكسر الثانى أكبر من الاول لانه يمكن اعتبار الكسر $\frac{١٣}{٩}$ ناتجا من ضم عدد ٣ الى حدى الكسر $\frac{١٠}{٦}$ الذى هو أكبر من الواحد

الفصل الثالث

(فى اختصار الكسور)

(١٦٣) اختصار الكسر هو تحويله الى كسر آخر يكافئه يكون حداه أبسط من حدى الكسر المفروض والقاعدة العمومية لذلك هى قسمة حديه على عدد واحد ان كان ذلك ممكنا اذ يتوصل بهذه الكيفية الى كسر مكافئ للاول (١٥٩) وحداه أبسط

فاذا قسم حدا الكسر $\frac{٢٤}{٤٨}$ على ٢٤ تحصل الكسر $\frac{١}{٢}$ مكافئ للاول وأبسط منه

(١٦٤) تنبيه ـ عملية اختصار الكسور مفيدة جدا لانه كلما كان حدا الكسر صغيرين كلما كان ادراكه أكثر

فالكسران $\frac{٩}{١١}$ و $\frac{١٦٦٣٢}{٢٠٣٢٨}$ وان كانا متكافئين غير أن ادراك قيمة الكسر الاول أقرب بكثير جدا من ادراك قيمة الثانى وزيادة على ذلك فان الاعمال التى تجرى على الكسور تكون أكثر بساطة كلما كانت حدودها صغيرة

(١٦٥) يقال للكسر انه غير قابل للاختصار متى كان لا يمكن تحويله الى آخر مكافئ له يكون حداه أصغر من حدى الكسر المفروض على التناظر

(١٦٦) القاعدة الاولى ـ كل كسر غير قابل للاختصار يكون حداه أوليين معا

وذلك لانه اذا كان حدا الكسر غير أوليين معا لزم أن يكون لهما بالاقل قاسم مشترك بينهما غير الواحد وبقسمة حدى الكسر على هذا القاسم المشترك نتوصل الى كسر مكافئ له وحداه أبسط من حدى الكسر المفروض وبذلك يكون الكسر المفروض قابلا للاختصار وهذا مغاير للفرض

(١٦٧) القاعدة الثانية ـ اذا كان حدا كسر مفروض أوليين معا فكل كسر يكافئ الكسر المفروض يجب أن يكون حداه مضاعفين لحدى الكسر المفروض على التناظر

فاذا فرض الكسر $\frac{٥}{٨}$ الذى حداه أوليان معا وفرض أن الكسر المكافئ له هو $\frac{٤٥}{٧٢}$ فانا نبرهن على أن العددين ٤٥ و ٧٢ مضاعفان بالتناظر للعددين ٥ و ٨

ولذلك نقول حيث ان الكسرين متكافئان يكون $\frac{٥}{٨} = \frac{٤٥}{٧٢}$ ومن المعلوم أن التساوى بين مقدارين لا يتغير اذا ضرب كل منهما فى كمية واحدة فاذا ضرب اذن طرفا هذه المتساوية فى ٧٢ أى جعل كل واحد من الكسرين $\frac{٥}{٨}$ و $\frac{٤٥}{٧٢}$ أكبر مما هو عليه اثنين وسبعين مرة تحصل (١٥٦)

$$\frac{٧٢ \times ٥}{٨} = \frac{٤٥}{٧٢ : ٧٢} \text{ أو } \frac{٧٢ \times ٥}{٨} = \frac{٤٥}{١} = ٤٥$$

وبالتأمل للطرف الثانى من هذه المتساوية يشاهد أنه عدد صحيح وحينئذ فيجب أن يكون طرفها الاول كذلك بمعنى أنه لا بد وأن يقسم العدد ٨ الحاصل ٥ × ٧٢ وحيث قد فرض أن عدد ٨ أولى مع عدد ٥ فيقسم اذن العدد ٧٢ (١٣٠)

وحيث أيضا ان خارج قسمة ٧٢ على ٨ هو ٩ أعنى أن ٧٢ = ٨ × ٩ فاذا أبدل فى المتساوية السابقة عدد ٧٢ بالحاصل ٨ × ٩ يحدث $\frac{٥ \times ٨ \times ٩}{٨} = ٤٥$ أو ٥ × ٩ = ٤٥ واذن فقد ثبت المطلوب على أن العددين ٧٢ و ٤٥ هما مضاعفان للعددين ٨ و ٥

(١٦٨) القاعدة الثالثة — كل كسر حداه أوليان معا يكون غير قابل للاختصار

ليكن الكسر المفروض هو $\frac{٨}{٩}$ الذى حداه أوليان معا ثم نبرهن على أنه غير قابل للاختصار ولذلك نقول ان كل كسر يكافئ الكسر $\frac{٨}{٩}$ مثل $\frac{١٦}{١٨}$ و $\frac{٢٤}{٢٧}$ و . . . يجب أن لا يكون حداه الا مضاعفين بالتناظر لحدى الكسر المفروض (١٦٧) أى مضاعفين للعددين ٨ و ٩ واذن فيكونان أكبر منهما بالتناظر وبناء عليه فلا يكون الكسر $\frac{٨}{٩}$ قابلا للاختصار

(١٦٩) ومما ذكر ينتج أن كل كسرين غير قابلين للاختصار ومتكافئين يجب أن يكونا متطابقين أعنى أن بسطيهما متساويان ومقاميهما كذلك

وذلك لان التكافئ هنا يستلزم أن يكون بسط أحدهما مضاعفا لبسط الآخر ومقامه مضاعفا لمقامه، وهذا لا يتأتى الا اذا تساويا

(١٧٠) القاعدة الرابعة — لتحويل كسر الى أدق حديه رقما يقسم حداه على قاسمهما المشترك الاعظم

وذلك لان العددين المتحصلين من القسمة يكونان أوليين معا (١١١) وكل كسر حداه أوليان معا يكون غير قابل للاختصار (١٦٨)

ليكن الكسر $\frac{٣٤٢٧٢}{٦٣٧٥٦٠}$ المراد تحويله الى أدق حديه رقما فاذا بحث عن القاسم المشترك الاعظم بين حديه يعلم أنه ٥٠٤ وبقسمتهما عليه نتوصل الى الكسر المكافئ له وهو $\frac{٦٨}{١٢٦٥}$

(١٧١) تنبيـه ـ والمعتاد فى الاعمال أن يبتدأ بقسمة حديه وكل خارج ينتج تدريجيا على العوامل المشتركة بينهما وهى ٢ و ٣ و ٤ و ٥ و ٩ و ... الخ وعندما يتوصل الى كسر لا يسهل معرفة العوامل المشتركة بين حديه بمجرد النظر فانه يبحث عن قاسمهما المشترك الاعظم ثم يقسم حداه عليه

فاذا قسم حدا الكسر المتقدم وخوارج القسم المتحصلة تدريجيا على العوامل ٩ و ٤ و ٢ نتوصل الى الكسور الآتية $\frac{٣٤٢٧٢}{٦٣٧٥٦٠} = \frac{٣٨٠٨}{٧٠٨٤٠} = \frac{٩٥٢}{١٧٧١٠} = \frac{٤٧٦}{٨٨٥٥}$

وحيث ان حدى الكسر الاخير لا يمكن ادراك قاسمهما المشترك بمجرد النظر فيبحث عن قاسمهما المشترك الاعظم فيعلم أنه ٧ وبقسمة حدى الكسر $\frac{٤٧٦}{٨٨٥٥}$ على ٧ نتوصل الى

$$\frac{٣٤٢٧٢}{٦٣٧٥٦٠} = \frac{٣٨٠٨}{٧٠٨٤٠} = \frac{٩٥٢}{١٧٧١٠} = \frac{٤٧٦}{٨٨٥٥} = \frac{٦٨}{١٢٦٥}$$

ولا فرق فى الحقيقة بين الطريقتين لانا قد قسمنا حدى الكسر المفروض فى الحالة الثانية على قاسمهما المشترك الاعظم (١٣٩)

الفصـــــل الرابع

(فى تحويل الكسور الى ذات مقام مشترك)

(١٧٢) الغرض من تحويل عدة كسور الى ذات مقام مشترك هو استعواض الكسور المفروضة بأخرى مكافئة لها تكون مقاماتها متحدة

(١٧٣) يوجد أحوال ثلاثة لتحويل الكسور الى ذات مقام مشترك

(١٧٤) الحالة الاولى ـ اذا أريد تحويل كسرين الى ذاتى مقام مشترك لهما نضرب حدى الكسر الاول فى مقام الكسر الثانى وحدى الكسر الثانى فى مقام الكسر الاول

فاذا أريد مثلا تحويل الكسرين $\frac{٢}{٣}$ و $\frac{٥}{٧}$ الى ذاتى مقام مشترك لهما نحصل على مقتضى القاعدة الكسران

$$\frac{٧\times٢}{٧\times٣} \text{ و } \frac{٣\times٥}{٣\times٧} \quad \text{أو} \quad \frac{١٤}{٢١} \text{ و } \frac{١٥}{٢١}$$

وهذان الكسران الجديدان مكافئان للمفروضين لانه تقدم بنمرة (١٥٩) أن قيمة الكسر لا تتغير اذا ضرب حداه فى عدد واحد وأما مقاماهما فهما متساويان لان $٣\times٧ = ٧\times٣$

(١٧٥) تنبيـــه ـ اذا كان مقام أحد الكسرين مضاعفا للثانى فانه يمكن جعله مقاما مشتركا للكسرين وحينئذ فلا يحصل التغيير الا فى الثانى فقط بواسطة ضرب حديه فى خارج قسمة المقام المضاعف على مقامه

فاذا فرض الكسران $\frac{٣}{٤}$ و $\frac{٥}{٨}$ وأريد تحويلهما الى ذاتى مقام مشترك يقال حيث ان مقام الكسر الثانى ٨ = ٤ × ٢ فبضرب حدى الكسر الاول فى ٢ يحدث الكسران $\frac{٦}{٨}$ و $\frac{٥}{٨}$ وهما متحدان فى المقام وصورتاهما أبسط من صورتى الكسرين $\frac{٢٤}{٣٢}$ و $\frac{٢٠}{٣٢}$ اللتين نتوصل اليهما من العملية الاولى نمرة (١٧٤)

(١٧٦) الحالة الثانية ـ أن يكون المطلوب تحويل عدة كسور مفروضة الى ذات مقام مشترك لها والقاعدة العمومية لذلك أن يضرب حدا كل كسر منها فى حاصل ضرب مقامات الكسور الاخرى فاذا فرضت الكسور $\frac{٢}{٣}$ و $\frac{٤}{٥}$ و $\frac{٦}{٧}$ فانها تؤول الى

$$\frac{٢\times٥\times٧}{٣\times٥\times٧} \text{ و } \frac{٤\times٣\times٧}{٥\times٣\times٧} \text{ و } \frac{٦\times٣\times٥}{٧\times٣\times٥} \text{ أو } \frac{٧٠}{١٠٥} \text{ و } \frac{٨٤}{١٠٥} \text{ و } \frac{٩٠}{١٠٥}$$

وهذه كسور مكافئة للكسور المفروضة لانه لا يتغير قيمة الكسر بضرب حديه فى عدد واحد (١٥٩) ومتحدة فى المقام لتركب مقام كل منها من عين العوامل المتركب منها الآخر وهى ٧ و ٥ و ٣

(١٧٧) تنبيـــه ـ اذا كان أحد مقامات الكسور المفروضة مضاعفا لجميع المقامات الاخر فانه يمكن جعله مقاما مشتركا لها بواسطة ضرب حدى كل كسر منها فى خارج قسمة المقام المضاعف على مقامه وبذا لا يحصل التغيير الا فى باقى الكسور دونه

فاذا فرضت الكسور $\frac{٣}{٨}$ و $\frac{٥}{١٦}$ و $\frac{٧}{٣٢}$ يقال حيث ان مقام الكسر الثالث ٣٢ = ٨ × ٤ أو = ١٦ × ٢ فيضرب حدا الكسر الاول فى ٤ وحدا الكسر الثانى فى ٢ وبذلك نتوصل للكسور الآتية

$$\frac{٣\times٤}{٨\times٤} \text{ و } \frac{٥\times٢}{١٦\times٢} \text{ و } \frac{٧}{٣٢} \text{ أو } \frac{١٢}{٣٢} \text{ و } \frac{١٠}{٣٢} \text{ و } \frac{٧}{٣٢}$$

وهى كسور متحدة المقام وأبسط من الكسور $\frac{١٥٣٦}{٤٠٩٦}$ و $\frac{١٢٨٠}{٤٠٩٦}$ و $\frac{٨٩٦}{٤٠٩٦}$ التى نتوصل اليها باستعمال الطريقة الاولى نمرة (١٧٦)

(١٧٨) الحالة الثالثة ـ أن يكون المطلوب تحويل عدة كسور الى أصغر مقام مشترك لها قد علمنا من التنبيهين المذكورين فى الحالتين المتقدمتين امكان تحويل عدة كسور الى ذات

مقام مشترك لها أبسط من المقام المشترك الذى يتحصل لو اتبعنا القاعدة العمومية والآن نرى من المفيد تحويل عدة كسور الى أصغر مقام مشترك لها

فاذا أريد تحويل الكسور $\frac{٥}{١٢}$ و $\frac{٧}{١٦}$ و $\frac{١٣}{٦٠}$ و $\frac{١٧}{٧٢}$ الى أصغر مقام مشترك لها يجب التحقق أولا من أن جميعها غير قابل للاختصار بحيث لو كان الامر بخلاف ذلك وجب تحويل كل منها الى أدق حديه رقما

وحيث ان الكسور المفروضة فى هذا المثال موفية للشرط المذكور أى غير قابلة للاختصار لزم البحث عن كسور أخرى مكافئة لها تكون متحدة فى المقام بحيث يكون هذا المقام المشترك أصغر ما يمكن وجوده لها

ومن المعلوم أن كل كسر يكافئ أى كسر من الكسور المفروضة يجب أن يكون حداه مضاعفين بالتناظر لحدى الكسر المذكور (١٦٧) وحينئذ يكون المقام المشترك للكسور المطلوبة المكافئة للكسور المفروضة مضاعفا مشتركا للمقامات ١٢ و ١٦ و ٦٠ و ٧٢ وبناء عليه يكون هو أصغر مضاعف مشترك لها ومقداره هو ٧٢٠ (١٤٠)

غير أنه للوصول الى كسر يكافئ الكسر $\frac{٥}{١٢}$ بحيث يكون مقامه مساويا ٧٢٠ يجب بداهة ضرب حديه فى خارج قسمة عدد ٧٢٠ على مقامه ١٢ ومثل ذلك يجرى فى باقى الكسور المفروضة وصورة العمل هكذا

الكسور المفروضة

$$\frac{٥}{١٢} \text{ و } \frac{٧}{١٦} \text{ و } \frac{١٣}{٦٠} \text{ و } \frac{١٧}{٧٢}$$

المقامات محللة الى عواملها الاولية

$$٢^{٢} \times ٣ \text{ و } ٢^{٤} \text{ و } ٢^{٢} \times ٣ \times ٥ \text{ و } ٢^{٣} \times ٣^{٢}$$

المضاعف المشترك الاصغر للمقامات (١٤٠)

$$٢^{٤} \times ٣^{٢} \times ٥ = ٧٢٠$$

خوارج قسمة المضاعف الاصغر على المقامات

$$٢^{٢} \times ٣ \times ٥ \text{ و } ٣^{٢} \times ٥ \text{ و } ٢^{٢} \times ٣ \text{ و } ٢ \times ٥ \quad \text{أو} \quad ٦٠ \text{ و } ٤٥ \text{ و } ١٢ \text{ و } ١٠$$

الكسور المكافئة للكسور المفروضة

$$\frac{٦٠ \times ٥}{٦٠ \times ١٢} \text{ و } \frac{٤٥ \times ٧}{٤٥ \times ١٦} \text{ و } \frac{١٢ \times ١٣}{١٢ \times ٦٠} \text{ و } \frac{١٠ \times ١٧}{١٠ \times ٧٢} \quad \text{أو} \quad \frac{٣٠٠}{٧٢٠} \text{ و } \frac{٣١٥}{٧٢٠} \text{ و } \frac{١٥٦}{٧٢٠} \text{ و } \frac{١٧٠}{٧٢٠}$$

(١٧٩) التنبيه الاول ـ من المعتاد فى الاعمال الاكتفاء بضرب بسوط الكسور فى خوارج القسمة المناظرة لها لما هو معلوم من أن حواصل ضرب المقامات فى الخوارج المذكورة متساوية جميعها ومساو كل منها للمضاعف الاصغر المشترك الذى علم

(١٨٠) التنبيه الثانى ـ يستحسن دائما تحليل مقامات الكسور الى عواملها الاولية لسهولة تعيين خارج قسمة المضاعف المشترك الاصغر بينها عليها وطريقة العمل هذه سريعة جدا ومفيدة خصوصا عندما يراد تطبيقها على أعداد كبيرة فيقال

$$٧٢٠ : ١٢ = \frac{٢^{٤} \times ٣^{٢} \times ٥}{٢^{٢} \times ٣} = ٢^{٢} \times ٣ \times ٥ = ٦٠ \quad و$$

$$٧٢٠ : ١٦ = \frac{٢^{٤} \times ٣^{٢} \times ٥}{٢^{٤}} = ٣^{٢} \times ٥ = ٤٥ \quad و$$

$$٧٢٠ : ٦٠ = \frac{٢^{٤} \times ٣^{٢} \times ٥}{٢^{٢} \times ٣ \times ٥} = ٢^{٢} \times ٣ = ١٢ \quad و$$

$$٧٢٠ : ٧٢ = \frac{٢^{٤} \times ٣^{٢} \times ٥}{٢^{٣} \times ٣^{٢}} = ٢ \times ٥ = ١٠$$

(١٨١) القاعدة العمومية لتحويل عدة كسور الى أصغر مقام مشترك لها تحول هذه الكسور أولا الى أدق حديها رقما ان احتاج الامر ذلك ثم يبحث عن المضاعف الاصغر المشترك لجميع المقامات ويضرب بسط كل واحد من الكسور المفروضة فى خارج قسمة المضاعف المشترك الاصغر على مقامه وتجعل حواصل الضرب بسوطا ومقاماتها المضاعف المشترك الاصغر المذكور

(١٨٢) تنبيــه ـ اذا كانت مقامات الكسور المفروضة أولية معا فان المضاعف المشترك الاصغر لها يكون مساويا ضرورة لحاصل ضرب المقامات فى بعضها وفى هذه الحالة يرجع الامر الى القاعدة العامة (نمرة ١٧٦)

(١٨٣) عملية تحويل الكسور الى ذات مقام مشترك كثيرة الفوائد فى الاعمال وخصوصا فى عمليتى جمع الكسور الاعتيادية وطرحها كما سيأتى الكلام عليها وكذا فيما اذا أريد مقارنة كسرين مفروضين ببعضهما والحكم على أيهما أكبر أو أصغر من الثانى

فاذا أريد مقارنة الكسرين $\frac{٢٢}{٧}$ و $\frac{٣٥٥}{١١٣}$ فانه لا يتأتى مطلقا بمجرد النظر اليهما معرفة أيهما أكبر من الثانى أما اذا صار تحويلهما الى ذاتى مقام مشترك بأن صارا $\frac{٢٤٨٦}{٧٩١}$ و $\frac{٢٤٨٥}{٧٩١}$ فانه يحكم فى الحال على أن الكسر الاول يزيد عن الكسر الثانى بالمقدار $\frac{١}{٧٩١}$

الفصل الخامس
(فى عمليات الكسور الاعتيادية)

(فى الجمع)

(١٨٤) الغرض من جمع كسرين أو جملة كسور مفروضة ضم وحداتها الصحيحة وأجزائها المشتملة عليها الى بعضها ليتكون منها عدد واحد صحيح أو كسرى أو كسر

(١٨٥) والقاعدة العامة لجمع جملة كسور أن تحول الى ذات مقام مشترك ان اقتضى الحال ذلك ثم تجمع البسوط على بعضها ويجعل حاصل جمعها بسطا يكون مقامه المقام المشترك لها

فاذا أريد جمع الكسور $\frac{٢}{٣} + \frac{٣}{٤} + \frac{٥}{٨} + \frac{٧}{١٢}$ يبتدأ أولا باتحاد مقاماتها حيث لا يصح جمع جملة كميات الا اذا كانت من نوع واحد واذن فلا تجمع الاثلاث على الارباع على الاثمان وهكذا وحيث ان ٢٤ هو المضاعف المشترك الاصغر لمقامات الكسور المفروضة فتؤول الى

$$\frac{١٤}{٢٤} + \frac{١٥}{٢٤} + \frac{١٨}{٢٤} + \frac{١٦}{٢٤}$$

وعلى مقتضى القاعدة يكون حاصل جمعها هو

$$\frac{١٤+١٥+١٨+١٦}{٢٤} \text{ أو } \frac{٦٣}{٢٤} \text{ أو } ٢\frac{١٥}{٢٤} \text{ أو } ٢\frac{٥}{٨}$$

ودليل ذلك أنه لما كانت تلك الكسور تدل على أن الواحد منقسم فى كل منها الى ٢٤ جزأ متساوية وأخذ منها الكسر الاول ١٦ جزأ والثانى ١٨ والثالث ١٥ والرابع ١٤ فهى اذن من نوع واحد ويكون مجموعها عبارة عن ضم هذه الاجزاء الى بعضها ونسبة الناتج الى نوع التقسيم وهذا هو عبارة عن جمع بسوطها على بعضها وجعل الناتج بسطا للمقام المشترك

(١٨٦) أما اذا كانت الكسور المراد جمعها مصحوبة باعداد صحيحة وجب أولا جمع الكسور على حدتها واستخراج الوحدات الصحيحة التى يمكن وجودها فى الحاصل وضمها الى حاصل جمع الاعداد الصحيحة المصاحبة للكسور.

فاذا أريد جمع هذه الاعداد الكسرية $٣\frac{٢}{٥} + ٢\frac{٣}{٤} + ٤\frac{٥}{٨}$ نجمع الكسور أولا هكذا

$$\frac{٢}{٥} + \frac{٣}{٤} + \frac{٥}{٨} = \frac{١٦}{٤٠} + \frac{٣٠}{٤٠} + \frac{٢٥}{٤٠} = \frac{٧١}{٤٠} = ١\frac{٣١}{٤٠}$$

ثم نجمع الاعداد الصحيحة فيتحصل منها

$$٩ = ٤ + ٢ + ٣$$

ويكون اذن حاصل الجمع الكلى هو

$$\frac{٣١}{٤٠} + ١٠ = \frac{٣١}{٤٠} + ١ + ٩$$

(فى الطـــــــرح)

(١٨٧) الغرض من عملية طرح الكسور اسقاط جميع الوحدات وأجزائها المشتمل عليها المطروح من المطروح منه صحيحا كان أو كسرا ليتحصل الباقى

(١٨٨) والقاعدة العامة لطرح كسر من آخر يبدأ بتحويلهما الى كسرين ذاتى مقام مشترك اذا لم يكونا كذلك من قبل ثم يطرح بسط كسر المطروح من بسط كسر المطروح منه ويجعل الباقى بسطا ومقامه المقام المشترك للكسرين المفروضين

فعلى هذا اذا أريد طرح $\frac{٢}{٣}$ من $\frac{٣}{٤}$ أجرى العمل هكذا

$$\frac{١}{١٢} = \frac{٨}{١٢} - \frac{٩}{١٢} = \frac{٢}{٣} - \frac{٣}{٤}$$

ودليل ذلك أنه لما كان الكسران من نوع واحد فطرح أحدهما من الآخر يستلزم طرح الاجزاء المشتمل عليها المطروح من الاجزاء المشتمل عليها المطروح منه ونسبة الباقى الى نوع التقسيم أعنى جعل الباقى بسطا لمقام الكسرين المشترك وهذا هو عين ماذكر بالقاعدة العامة

(١٨٩) تنبيه — يشترط هنا فى عملية الطرح أن يكون كسر المطروح أصغر من كسر المطروح منه

(١٩٠) أما اذا كانت الكسور مصحوبة بأعداد صحيحة فانه يطرح الكسران أولا من بعضهما ثم الصحيحان كذلك ويضم الناتجان الى بعضهما

فعلى هذا اذا أريد طرح العدد الكسرى $\frac{٤}{١١}$٢ من العدد الكسرى $\frac{٣}{٧}$ ٢

يبدأ أولا بطرح الكسر $\frac{٤}{١١}$ من $\frac{٣}{٧}$ هكذا

$$\frac{٥}{٧٧} = \frac{٢٨}{٧٧} - \frac{٣٣}{٧٧} = \frac{٤}{١١} - \frac{٣}{٧}$$

ثم يطرح بعد ذلك الصحيح من الصحيح هكذا

$$٤ = ٢ - ٦$$

ويكون باقى الطرح الكلى هو $\frac{5}{77} + 4$ أعنى أن

$$6\frac{3}{7} - 2\frac{4}{11} = \frac{5}{77} + 4$$

(١٩١) تنبيه أول - من المعلوم أن العدد الصحيح المطروح منه يجب أن يكون دائما أكبر العددين الصحيحين المفروضين حتى يتأتى الطرح غير أن هذا الشرط ليس بضرورى فى الكسرين لانه قد يكون كسر المطروح أكبر من كسر المطروح منه ومع ذلك فان عملية الطرح تكون ممكنة دائما

وذلك لانه لما كان كسر المطروح حقيقيا دائما أى أقل من الواحد فانه بضمه الى العدد الصحيح المصاحب له لا يتحصل منهما عدد أكبر من المطروح منه وبذلك تكون العملية ممكنة دائما
فعلى هذا اذا أريد طرح $7\frac{3}{5}$ من $8\frac{1}{2}$ يقال حيث ان العدد الكسرى $7\frac{3}{5}$ أصغر من ٨ فتكون عملية الطرح ممكنة ولو أن الكسر $\frac{3}{5}$ أكبر من الكسر $\frac{1}{2}$
ولاجراء عملية الطرح فى هذه الحالة يبتدأ أولا بتحويل الكسرين الى آخرين متحدى المقام فيحدث

$$8\frac{1}{2} - 7\frac{3}{5} = 8\frac{5}{10} - 7\frac{6}{10}$$

ثم يقال حيث ان كسر المطروح $\frac{6}{10}$ أكبر من كسر المطروح منه $\frac{5}{10}$ فيستعار فى مثل هذه الحالة لكسر المطروح منه واحد من العدد الصحيح ٨ المصاحب له ويحول الى عدد كسرى من جنس الاعشار ويضم الى كسر المطروح منه فيحدث

$$\frac{5}{10} + 1 = \frac{5}{10} + \frac{10}{10} = \frac{15}{10}$$

وبذلك تؤول المسئلة الى طرح $7\frac{6}{10}$ من $7\frac{15}{10}$ ومنه يتحصل

$$7\frac{15}{10} - 7\frac{6}{10} = \frac{9}{10}$$

(١٩٢) تنبيه ثان - ما تقدم ذكره فى التنبيه السابق ينطبق على الحالة التى يكون فيها العدد الصحيح المراد طرحه هو المسبوق بكسر فقط دون العدد الصحيح المطروح منه
فاذا أريد طرح $9\frac{4}{5}$ من ١٣ فنجرى العمل هكذا

$$13 - 9\frac{4}{5} = 12\frac{5}{5} - 9\frac{4}{5} = 3\frac{1}{5}$$

(فى الضرب)

(١٩٣) لما كان لا يمكن تطبيق التعريف العام لضرب الاعداد الصحيحة على جميع أحوال ضرب الكسور ناسب الاضراب الآن عن ذكر تعريف خاص بضرب الكسور الاعتيادية حتى يتأتى لنا استنتاجه من ممارسة أحوال ضرب الكسور

(١٩٤) يوجد أحوال أربعة لضرب الكسور الاعتيادية

(١٩٥) الحالة الاولى ــ أن يكون المضروب كسرا والمضروب فيه عددا صحيحا

فاذا أريد مثلا ضرب $\frac{٣}{٥}$ فى ٤ نقول اذا طبقنا هنا تعريف ضرب الاعداد الصحيحة على هذا المثال نرى أنه يلزم لتحصيل الحاصل المطلوب تكرار المضروب $\frac{٣}{٥}$ أربع مرات أى تكبيره أربع مرات وحيث انه قد شوهد بنمرة (١٥٦) أنه يجب لمثل هذه العملية ضرب بسط الكسر فى ٤ حدث $\frac{٣}{٥} \times ٤ = \frac{٣\times٤}{٥} = \frac{١٢}{٥} = ٢\frac{٢}{٥}$

(١٩٦) وحينئذ فالقاعدة العامة لضرب كسر فى صحيح بضرب بسط الكسر فى العدد الصحيح ويجعل الناتج بسطا يكون مقامه مقام الكسر المفروض

(١٩٧) تنبيه ــ عوضا عن ضرب بسط الكسر فى العدد الصحيح يقسم مقامه على هذا العدد الصحيح ان تيسرت القسمة حيث يتوصل بهذه العملية الى كسر أبسط كما ذكر ذلك بنمرة (١٥٦)

فاذا أريد مثلا ضرب $\frac{٣}{٢٠}$ ٤ حدث

$$\frac{٣}{٢٠} \times ٤ = \frac{٣}{٢٠ : ٤} = \frac{٣}{٥}$$

(١٩٨) الحالة الثانية ــ أن يكون المضروب عددا صحيحا والمضروب فيه كسرا

فاذا أريد ضرب ٢٠ × $\frac{٣}{٥}$ نقول

انا قد استعنا فى البرهنة على الحالة الاولى بالتعريف العمومى لضرب الاعداد الصحيحة غير أنه لا يمكننا الاستعانة به هنا أى فيما اذا كان المضروب فيه كسرا اذ لا معنى له حيث لا يتأتى لنا أن نقول لضرب العدد الصحيح ٢٠ فى الكسر $\frac{٣}{٥}$ يجب تكرار المضروب ٢٠ مرات قدرها $\frac{٣}{٥}$ ولذا يجب النظر فى تعريف يوافق أحوال ضرب الكسور الاعتيادية فنقول من المعلوم أنا اذا فرضنا أن ثمن المتر الواحد من قماش مّا يعادل ٢٠ فرنكا وأردنا أولا شراء ثلاثة أمتار منه ثم شراء $\frac{٣}{٥}$ من المتر منه أيضا لزم لتحصيل الثمن فى الحالة الاولى ضرب عدد ٢٠ فى ٣ وهذا مطابق لضرب الاعداد الصحيحة وأما تحصيل الثمن فى الحالة الثانية فلا ينبغى لنا اتباع السير المتقدم بل نقول حيث ان ثمن المتر الواحد يعادل ٢٠ فرنكا فلا يعادل ضرورة ثمن $\frac{٣}{٥}$ المتر الا ثلاثة أخماس مبلغ ٢٠ فرنكا أى يعادل ثلاثة أمثال خمس العشرين فرنكا وحيث ان خمس العشرين فرنكا هو ٤ فرنكات فثلاثة أمثال هذا الخمس تعادل ٣ فرنكات × ٤ = ١٢ فرنكا

ومما ذكر نعلم أنه للوصول الى حاصل الضرب المطلوب قد استعنا بعمليتين احداهما أخذ خمس المضروب وثانيتهما تكراره ثلاث مرات وحينئذ نرى أن حاصل الضرب قد تألف من المضروب كما تألف المضروب فيه من الآحاد واذن فيمكننا أن نستنتج التعريف العام الآتى لضرب الكسور الاعتيادية

(١٩٩) لضرب الكسور الاعتيادية يجب تحصيل عدد يتألف من المضروب كما تألف المضروب فيه من الآحاد

وبناء على هذا التعريف العمومى اذا أريد ضرب عدد ١٧ فى $\frac{٥}{٨}$ نقول حيث ان المضروب فيه مؤلف من خمسة أمثال ثمن الواحد فيتألف حاصل الضرب اذن من خمسة أمثال ثمن المضروب ١٧ وحيث ان ثمن المضروب ١٧ يعادل $\frac{١٧}{٨}$ وخمسة أمثال هذا الثمن تعادل $\frac{٥ \times ١٧}{٨}$ فيكون

$$١٠ \frac{٥}{٨} = \frac{٨٥}{٨} = \frac{٥ \times ١٧}{٨} = \frac{٥}{٨} \times ١٧$$

(٢٠٠) فالقاعدة العامة لضرب عدد صحيح فى كسر يضرب العدد الصحيح فى بسط الكسر ويجعل الناتج بسطا ومقامه مقام الكسر المفروض

(٢٠١) تنبيه — القاعدة العمومية للضرب فى هذه الحالة الثانية هى عين القاعدة العمومية للضرب فى الحالة الاولى وان كان البرهان فيهما متغايرا بمعنى أن ضرب عدد صحيح فى كسر هو عين ضرب كسر فى عدد صحيح

(٢٠٢) الحالة الثالثة — أن يكون كل من المضروب والمضروب فيه كسرا

فاذا أريد مثلا ضرب $\frac{٢}{٥} \times \frac{٣}{٤}$ نقول ان حاصل الضرب بناء على التعريف الجديد نمرة (١٩٩) يتألف من المضروب $\frac{٢}{٥}$ كما تألف المضروب فيه $\frac{٣}{٤}$ من الواحد وحيث ان المضروب فيه يتألف من ثلاثة أمثال ربع الواحد فيتألف حاصل الضرب اذن من ثلاثة أمثال ربع المضروب وحيث ان ربع المضروب $\frac{٢}{٥}$ يعادل $\frac{٢}{٤ \times ٥}$ (١٥٧) وثلاثة أمثال هذا الربع تعادل $\frac{٣ \times ٢}{٤ \times ٥}$ (١٥٦) يكون

$$\frac{٣}{١٠} = \frac{٦}{٢٠} = \frac{٣ \times ٢}{٤ \times ٥} = \frac{٣}{٤} \times \frac{٢}{٥}$$

(٢٠٣) والقاعدة العمومية لضرب كسر فى آخر يضرب البسطان فى بعضهما والمقامان كذلك ويجعل الحاصل الاول بسطا والثانى مقاما له

(٢٠٤) الحالة الرابعة ـ أن تكون الكسور المراد اجراء عملية الضرب عليها أو بعضها مصحوبة بأعداد صحيحة

ففي هذه الحالة يحول كل عدد صحيح وكسر مصاحب له الى عدد كسرى وبهذه الكيفية يرجع الامر الى أحد الاحوال الثلاثة المتقدمة

مثال ذلك اذا أريد ضرب $٢\frac{٣}{٥} \times ٧$ و $٦ \times ٢\frac{٤}{٧}$ و $٤\frac{٣}{٩} \times \frac{٢}{٣}$ و $٥\frac{٧}{٨} \times ٣\frac{٤}{١١}$ نجرى العمل هكذا

$٢\frac{٣}{٥} \times ٧ = \frac{١٣}{٥} \times ٧ = \frac{٧ \times ١٣}{٥} = \frac{٩١}{٥} = ١٨\frac{١}{٥}$ رجع الامر الى الحالة الاولى

$٦ \times ٢\frac{٤}{٧} = ٦ \times \frac{١٨}{٧} = \frac{١٨ \times ٦}{٧} = \frac{١٠٨}{٧} = ١٥\frac{٣}{٧}$ » » » الثانية

$٤\frac{٣}{٩} \times \frac{٢}{٣} = \frac{٣٩}{٩} \times \frac{٢}{٣} = \frac{٣٩ \times ٢}{٣ \times ٩} = \frac{٧٨}{٢٧} = ٢\frac{٢٤}{٢٧}$ » » » الثالثة

$٥\frac{٧}{٨} \times ٣\frac{٤}{١١} = \frac{٤٧}{٨} \times \frac{٣٧}{١١} = \frac{٤٧ \times ٣٧}{١١ \times ٨} = \frac{١٧٣٩}{٨٨} = ١٩\frac{٦٧}{٨٨}$ » » » »

(٢٠٥) تنبيه ـ حاصل ضرب أى عدد صحيحا كان أو كسريا فى كسر يكون أكبر أو أصغر من هذا العدد على حسب ما يكون الكسر المفروض أكبر أو أصغر من الواحد

وحينئذ فعملية ضرب الكسور الاعتيادية لا يلازمها فكرة الزيادة

(فى ضرب عدة كسور فى بعضها أو أخذ كسور الكسور)

(٢٠٦) يتوصل الى حاصل ضرب عدة كسور فى بعضها بالطريقة التى يتوصل بها لضرب عدة مضاريب صحيحة بمعنى أن يضرب الكسر الاول فى الثانى والحاصل يضرب فى الثالث وهكذا وحاصل الضرب الاخير يكون هو حاصل الضرب المطلوب

فعلى هذا اذا أريد تحصيل حاصل ضرب الكسور $\frac{٢}{٣} \times \frac{٤}{٥} \times \frac{٧}{٩}$ لزم أولا ضرب $\frac{٢}{٣}$ فى $\frac{٤}{٥}$ ثم ضرب الناتج فى $\frac{٧}{٩}$ وحيث ان $\frac{٢}{٣} \times \frac{٤}{٥}$ يعادل $\frac{٢ \times ٤}{٣ \times ٥}$ يكون

$$\frac{٢}{٣} \times \frac{٤}{٥} \times \frac{٧}{٩} = \frac{٢ \times ٤}{٣ \times ٥} \times \frac{٧}{٩} = \frac{٢ \times ٤ \times ٧}{٣ \times ٥ \times ٩} = \frac{٥٦}{١٣٥}$$

(٢٠٧) والقاعدة العمومية لضرب عدة كسور فى بعضها انضرب البسوط فى بعضها والمقامات كذلك ويجعل الحاصل الاول بسطا والثانى مقاما له

(٢٠٨) تنبيه أول ـ يمكن تطبيق قاعدة هذه الحالة فيما اذا كان أحد العوامل عددا صحيحا وذلك لان كل عدد صحيح يمكن أن يجعل له مقام مساو للوحدة

مثال ذلك

$$\frac{٣}{٤} \times \frac{٥}{٦} \times ٨ \times \frac{٢}{٣} \times ١١ = \frac{٣}{٤} \times \frac{٥}{٦} \times \frac{٨}{١} \times \frac{٢}{٣} \times \frac{١١}{١} = \frac{٣\times٥\times٨\times٢\times١١}{٤\times٦\times٣}$$

(٢٠٩) تنبيه ثان — يمكن اعطاء حاصل ضرب عدة كسور في بعضها معنى آخر ناتجة من تسميتها بكسور الكسور فكما يقال المطلوب تحصيل الحاصل $\frac{٣}{٤} \times \frac{٥}{٦} \times \frac{٧}{٩} \times ١٢$ فانه يقال أيضا المطلوب أخذ $\frac{٣}{٤}$ من $\frac{٥}{٦}$ من $\frac{٧}{٩}$ من ١٢ ولذلك يبدأ بأخذ $\frac{٧}{٩}$ من ١٢ ثم أخذ $\frac{٥}{٦}$ الناتج وأخذ $\frac{٣}{٤}$ الناتج الاخير وهكذا وعليه يكون

$$\frac{٣}{٤} \text{ من } \frac{٥}{٦} \text{ من } \frac{٧}{٩} \text{ من } ١٢ = \frac{٣\times٥\times٧\times١٢}{٤\times٦\times٩}$$

(٢١٠) تنبيه ثالث — قبل تحصيل حاصل ضرب المضاريب الموجودة في كل من البسط والمقام يجب حذف المضاريب المشتركة فيهما

ففي المثال السابق يمكن حذف العامل ٣ الكائن في البسط والكائن في العامل ٩ من المقام وكذا يمكن حذف العامل ٣ أيضا الموجود في البسط في العامل ١٢ وفي المقام في العامل ٩ وكذا يمكن حذف العامل ٤ الموجود في البسط في العامل ١٢ وفي المقام وبذلك يؤول الحاصل الى $\frac{٧\times٥}{٦} = \frac{٣٥}{٦} = ٥\frac{٥}{٦}$

(٢١١) حاصل ضرب عدة مضاريب صحيحة كانت أو كسرية لا يتغير مهما تغير وضع المضاريب مثاله

$$\frac{٧}{٩} \times \frac{٢}{٣} \times ٨ \times \frac{٣}{١١} = \frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{١١} \times ٨ \times \frac{٧}{٩}$$

وذلك لانه يتحصل من الوضع الاول الحاصل $\frac{٣\times٨\times٢\times٧}{١١\times٣\times٩}$ ومن الوضع الثاني الحاصل $\frac{٧\times٨\times٣\times٢}{٩\times١١\times٣}$ وهما حاصلان متساويان لان بسطيهما مركبان من مضاريب واحدة وان اختلف ترتيب وضعهما ومقاميهما كذلك

(٢١٢) حيث انا قد استنتجنا من تطبيق الخاصية المذكورة على الاعداد الصحيحة عدة خواص أخرى تتعلق بحواصل ضرب الاعداد الاولية فلا نرى هنا مانعا أيضا من استنتاج عين الخواص المذكورة وتطبيقها على الكسور الاعتيادية .

(في قسمة الكسور)

(٢١٣) التعريف العام لقسمة الكسور هو .

القسمة عملية الغرض منها اذا علم حاصل ضرب عاملين وأحدهما فانه يطلب تعيين العامل الثاني

(٢١٤) لقسمة الكسور الاعتيادية أحوال أربع

(٢١٥) الحالة الاولى ـ أن يكون المقسوم كسرا والمقسوم عليه عددا صحيحا مثل $\frac{٣}{٥}$ على ٤ نقول يجب على مقتضى تعريف قسمة الكسور البحث عن العدد الذى اذا ضرب فى المقسوم عليه ٤ يحصل المقسوم $\frac{٣}{٥}$ واذن فيكون العدد المبحوث عنه أصغر من المقسوم $\frac{٣}{٥}$ أربع مرات وقد شوهد بنمرة (١٥٧) أن الكسر يصغر عن أصله أربع مرات اذا ضرب مقامه فى ٤ وبناء على ذلك يكون

$$\frac{٣}{٥} : ٤ = \frac{٣}{٥ \times ٤} = \frac{٣}{٢٠}$$

(٢١٦) فالقاعدة العامة لقسمة كسر على عدد صحيح يضرب مقام الكسر فى العدد الصحيح

(٢١٧) تنبيه ـ يستعوض دائما ضرب مقام الكسر فى العدد الصحيح بقسمة بسط الكسر على العدد الصحيح متى كانت عملية القسمة ممكنة اذ يتوصل من ذلك الى كسر أبسط

مثاله اذا أريد قسمة $\frac{٢٠}{٧}$ على ٤ يحدث

$$\frac{٢٠}{٧} : ٤ = \frac{٢٠ : ٤}{٧} = \frac{٥}{٧}$$

(٢١٨) الحالة الثانية ـ أن يكون المقسوم عددا صحيحا والمقسوم عليه كسرا مثل ٤ : $\frac{٣}{٥}$ نقول يجب على مقتضى تعريف القسمة البحث عن العدد الذى اذا ضرب فى المقسوم عليه $\frac{٣}{٥}$ يحصل المقسوم ٤ غير أن ضرب أى عدد فى $\frac{٣}{٥}$ هو عبارة عن أخذ ثلاثة أخماسه وبناء عليه يكون $\frac{٣}{٥}$ العدد المبحوث عنه مساويا ٤ ويكون خمس العدد المذكور مساويا ثلث عدد ٤ أى $\frac{٤}{٣}$ ويكون الخارج بتمامه مساويا بالضرورة الى خمسة أمثال الخمس أى الى خمسة أمثال $\frac{٤}{٣}$ أو $\frac{٤}{٣} \times ٥$ واذن يكون

$$٤ : \frac{٣}{٥} = \frac{٤ \times ٥}{٣} = \frac{٢٠}{٣}$$

ثم اذا رمزنا لخارج القسمة المطلوب بحرف خ أمكن اختصار البراهين المتقدمة على الصورة الآتية وهى

من المعلوم أن $خ \times \frac{٣}{٥} = ٤$ أو $\frac{٣}{٥} \times خ = ٤$

فيكون $\frac{١}{٥} \times خ = ٤ : ٣ = \frac{٤}{٣}$ ويكون $خ = \frac{٤}{٣} \times ٥ = \frac{٤ \times ٥}{٣}$

والمقدار $\frac{٤ \times ٥}{٣}$ يمكن اعتباره كأنه ناتج من ضرب ٤ $\times$ $\frac{٥}{٣}$ أى من ضرب عدد ٤ فى كسر المقسوم عليه $\frac{٣}{٥}$ مقلوبا

(٢١٩) فالقاعدة العمومية لقسمة عدد صحيح على كسر يضرب العدد الصحيح فى كسر المقسوم عليه مقلوبا

(٢٢٠) تنبيه – ينتج من القاعدة السابقة أن خارج قسمة الواحد الصحيح على أى كسر هو عين الكسر مقلوبا فعلى هذا يكون

$$١ : \frac{٣}{٥} = \frac{٥}{٣}$$

(٢٢١) الحالة الثالثة – أن يكون كل من المقسوم والمقسوم عليه كسرا مثل $\frac{٤}{٧}$ على $\frac{٣}{٥}$ نقول ان هذه الحالة لا تخالف الحالة السابقة عملا وبرهانا فيبحث عن العدد الذى اذا ضرب فى المقسوم عليه $\frac{٣}{٥}$ يحصل المقسوم $\frac{٤}{٧}$ واذن فثلاثة أخماس خارج القسمة مساو للمقسوم ويكون خمس خارج القسمة مساويا ثلث المقسوم أى مساويا الى $\frac{٤}{٣\times٧}$ ويكون خارج القسمة الكلى مساويا خمسة أمثال هذا الناتج أى مساويا الى $\frac{٥\times٤}{٣\times٧}$ واذن يكون

$$خ \times \frac{٣}{٥} = \frac{٤}{٧} \quad \text{أو}$$

$$\frac{٣}{٥} \times خ = \frac{٤}{٧} \quad \text{أو}$$

$$\frac{١}{٥} \times خ = \frac{٤}{٧} : ٣ = \frac{٤}{٣\times٧} \quad \text{أو}$$

$$خ = \frac{٤}{٣\times٧} \times ٥ = \frac{٥\times٤}{٣\times٧} = \frac{٤}{٧} \times \frac{٥}{٣} = \frac{٢٠}{٢١}$$

(٢٢٢) فالقاعدة العامة لقسمة كسر على آخر يضرب كسر المقسوم فى كسر المقسوم عليه مقلوبا

(٢٢٣) ويمكن لقسمة كسر على آخر قسمة بسط المقسوم على بسط المقسوم عليه وجعل الناتج بسطا وقسمة مقام المقسوم على مقام المقسوم عليه وجعل الناتج مقاما للاول اذا كانت عملية القسمة فيهما ممكنة اذ يتوصل بذلك الى كسر أبسط

فاذا أريد قسمة

$$\frac{٨}{٢١} \text{ على } \frac{٤}{٧} \text{ يحصل } \frac{٨:٤}{٢١:٧} = \frac{٢}{٣}$$

وذلك لانه ظهر من البراهين المتقدمة لزوم أخذ ربع المقسوم أولا وهذا يؤول الى $\frac{٨:٤}{٢١}$ ثم تكرار هذا الربع ٧ مرات هكذا $\frac{٨:٤}{٢١:٧} = \frac{٢}{٣}$

(٢٢٤) الحالة الرابعة – أن تكون الكسور المراد اجراء عملية القسمة عليها أو بعضها مصحوبة بأعداد صحيحة

واللازم اجراؤه فى مثل هذه الحالة أن يحول كل عدد صحيح والكسر المصاحب له الى عدد كسرى وبذلك يرجع الامر الى أحد الاحوال الثلاثة الماضـية كما ذكر نظير ذلك فى ضرب الكسور فاذا أريد قسمة $٣\frac{٤}{٧} : ٥\frac{٢}{٩}$ فانه يجرى العمل كما يأتى

$$\frac{٢٢٥}{٣٢٩} = \frac{٩\times٢٥}{٤٧\times٧} = \frac{٤٧}{٩} : \frac{٢٥}{٧} = ٥\frac{٢}{٩} : ٣\frac{٤}{٧}$$

(مسائل تطبيقية على الكسور الاعتيادية)

(١) اذا كان مجموع عددين مساويا ٤٠ وكان أصـغرهما مساويا $\frac{٣}{٥}$ الاكبر والمطلوب تعيين العددين المذكورين

لحل هذه المسئلة نقول حيث ان العدد الاصغر هو $\frac{٣}{٥}$ الاكبر فلو قسمنا العدد الاكبر الى خمسة أقسام متساوية كان العـدد الاصـغر مساويا قيمة ثلاثة أجزاء منها وبناء عليـه فيحتوى المجموع ٤٠ على ثمانية أجزاء من هذه الاخماس فاذا أخذ ثمنه وهو ٥ كان هو مقدار الخمس الواحد وحيث ان العدد الاكبر يساوى خمسـة أجزاء من هـذه الاقسام فيكون هو ٢٥ وحيث أيضا ان العدد الاصغر مساو ثلاثة أجزاء منها فيكون مقداره هو ١٥

وبجمع القسمين على بعضهما ٢٥ + ١٥ يتحصل المجموع ٤٠

(٢) المطلوب تعيين عددين مجموعهما يساوى ١٠٠ بحيث لو ضم سـدس الاكبر الى الاصغر تحصل ناتجان متساويان

لحل هذه المسئلة نقول يؤخذ من منطوق المسئلة أنه اذا قسم الاكبر الى ستة أقسام متساوية كان الاصـغر مساويا الى أربعة أجزاء منها لانه اذا طرح من الاجزاء السـتة واحد وضم الى الاربعة أجزاء كان كل ناتج منهما مساويا خمسـة أجزاء واذن فيكون المجموع ١٠٠ مؤلفا من عشرة أجزاء من هـذه الاقسام ويكون مقدار القسم الواحد منها مساويا ١٠ ويكون مقدار العدد الاكبر ٦٠ ومقدار العدد الاصغر ٤٠

(٣) ساح رجل بعض أشهر مدن أوروبا فصرف فى باريس $\frac{٣}{٨}$ النقود التى كانت معـه وفى لوندره $\frac{٢}{٥}$ ما بقى معـه وفى برلين ربع ما بقى معه وفى القسطنطينية نصف ما بقى معـه ورجع وطنه بمبلغ ١٣٥ جنيه والمطلوب معرفة ما كان معه من النقود وما صرفه فى كل مدينة

لحل هذه المسئلة نقول حيث انه صرف بالقسطنطينية نصف ما كان معه من النقود ورجع بمبلغ ١٣٥ جنيه فيكون المبلغ الذى كان معه عند دخوله القسطنطينية هو ٢٧٠ جنيه

صرف نصفه بها ١٣٥ جنيه وبقى نصفه معه وكذا حيث انه صرف فى برلين ربع الباقى معه من النقود وبقى معه ٢٧٠ جنيه وهو قيمة ثلاثة أرباع النقدية التى كانت معه عند دخوله برلين فيكون مقدار ماصرفه فى برلين هو $\frac{١}{٣}$ من ٢٧٠ أى ٩٠ جنيها ويكون مقدار نقوده عند دخوله برلين هو ٣٦٠ جنيه

وكذا حيث انه صرف فى لوندره $\frac{٢}{٥}$ ما كان معه من النقود عند زيارته تلك المدينة وعلم أنه خرج منها بمبلغ ٣٦٠ جنيه فيكون هذا المبلغ هو $\frac{٣}{٥}$ النقود التى دخل بها لوندره وعليه فيكون $\frac{١}{٣}$ مبلغ ٣٦٠ أو ١٢٠ جنيه يعادل خمس النقود التى كانت معه قبل دخوله لوندره ويكون قيمة ماصرفه بها الذى يعادل الخمسين هو ٢٤٠ جنيه ومقدار النقود التى كانت معه قبل دخوله لوندره هو ٣٦٠ + ٢٤٠ = ٦٠٠ جنيه

وكذا حيث انه صرف فى باريس $\frac{٣}{٨}$ ما كان معه من النقود فيكون الباقى معه بعد خروجه من باريس هو $\frac{٥}{٨}$ جميع نقوده وحيث ان $\frac{٥}{٨}$ النقود يعادل ٦٠٠ جنيه فيكون $\frac{١}{٥}$ من ٦٠٠ أى ١٢٠ جنيه يعادل ثمن الذى صرفه واذن فقدار ماصرفه فى باريس هو ٣ × ١٢٠ أى ٣٦٠ جنيه ويكون مقدار النقود التى دخل بها باريس هو ٩٦٠ جنيه

ولاجل التحقيق تجمع المبالغ التى صرفها فى كل مدينة على المبلغ الذى بقى معه فلا بد وأن يكون مجموعها مساويا ٩٦٠ جنيه وتوضع الاعمال هكذا

أصل النقود التى كانت معه	٩٦٠	جنيه
قيمة ماصرفه فى باريس وهو $\frac{٣}{٨}$ من ٩٦٠ أى	٣٦٠	جنيه
المبلغ الذى خرج به من باريس هو..........	٦٠٠	
ماصرفه فى لوندره وهو $\frac{٢}{٥}$ مابقى معه أى	٢٤٠	
ماخرج به من لوندره...................	٣٦٠	
ماصرفه فى برلين وهو $\frac{١}{٤}$ مابقى معه أى $\frac{١}{٤}$ من ٣٦٠ ..	٩٠	
ماخرج به من برلين	٢٧٠	
قيمة ماصرفه فى القسطنطينية وهو $\frac{١}{٢}$ من ٢٧٠ أى ..	١٣٥	
مابقى معه عند توجهه بلده	١٣٥	

(٤) المطلوب قسمة عدد ٢٥٢ بين ثلاثة أشخاص بحيث تكون حصة الشخص الثانى $\frac{٣}{٤}$ حصة الشخص الاول وحصة الثالث تكون نصف مجموع حصتى الشخصين الآخرين

لحل هذه المسـئلة نقول اذا فرضنا أن حصة الشخص الاوّل واحد تكون حصة الثانى مساوية الى $\frac{٣}{٤}$ وتكون حصة الثالث مساوية لنصف المجموع ١ + $\frac{٣}{٤}$ أو لنصف $\frac{٧}{٤}$ أو مساوية الى $\frac{٧}{٨}$ وبجمع هذه الكسور على بعضها يتحصل

$$\frac{٢١}{٨} = \frac{٧}{٨} + \frac{٦}{٨} + \frac{٨}{٨} = \frac{٧}{٨} + \frac{٣}{٤} + \frac{٤}{٤}$$

وحيث قد تحصل هذا المجموع من فرض أن حصة الاول واحد فلو أخذت فى الزيادة شيأ فشيأ بان جعلت ٢ أو ٣ أو ٤ وهكذا ثم نسبت اليها الحصتان الباقيتان وجمعت لظهر أن تلك المجموعات تكون ضرورة أكبر من المجموع الاول مرتين أو ثلاث مرات أو أربع مرات وهكذا بحيث لا يصير المجموع $\frac{٢١}{٨}$ مساويا للعـدد ٢٥٢ الا اذا أعطى للحصة الاولى قيمتها الاصلية وبناء عليـه فتعلم هذه القيمة بالبحث عن العدد الذى اذا ضرب فى $\frac{٢١}{٨}$ ليتحصل ٢٥٢ واذن فيجب قسمة ٢٥٢ على $\frac{٢١}{٨}$ ويكون خارج القسمة هو قيمة الحصة الاولى

$$٩٦ = \frac{٢٠١٦}{٢١} = \frac{٨ \times ٢٥٢}{٢١} = \frac{٢١}{٨} : ٢٥٢$$

وحيث ان الحصة الاولى .... = ٩٦

تكون الحصـة الثانيـة أو $\frac{٣}{٤} \times ٩٦ = ٧٢$

وتكون الحصـة الثالثـة أو $\frac{٧٢ \times ٩٦}{٢} = ٨٤$

ويكون المجموع مساويا ٢٥٢

(٥) ورث شخصان معا مبلغا قدره ١٨٣٠٠ غرشا وقد صرف الاوّل $\frac{٢}{٥}$ حصته وصرف الثانى $\frac{٣}{٨}$ حصته وبقى للاول ضعف ما بقى للثانى والمطلوب معرفة قيمة ميراث كل واحد منهما ومقدار ما صرفه

لحل هذه المسـئلة نقول يؤخذ من المنطوق ان ما بقى للاول هو $\frac{٣}{٥}$ حصـته وان ما بقى للثانى هو $\frac{٤}{٧}$ حصته وان ما بقى للاول يجب أن يكون ضعف ما بقى للثانى يكون $\frac{٣}{٥}$ حصة الاول $= ٢ \times \frac{٤}{٧}$ حصة الثانى أو $\frac{٣}{٥}$ حصة الاول $= \frac{٨}{٧}$ حصة الثانى أو $\frac{١}{٥}$ حصة الاول $= \frac{٨}{٣ \times ٧}$ حصة الثانى أو حصة الاول كاملة $= \frac{٥ \times ٨}{٣ \times ٧}$ حصة الثانى أو $= \frac{٤٠}{٢١}$ حصة الثانى وحينئذ اذا جعلنا حصـة الثانى واحدا صحيحا أى $\frac{٢١}{٢١}$ تكون حصة الاوّل مساوية الى $\frac{٤٠}{٢١}$ ويكون مجموعهما مساويا $\frac{٦١}{٢١}$ وبقسمة عدد ١٨٣٠٠ على $\frac{٦١}{٢١}$ كما أجرينا مثل ذلك فى المسئلة السابقة نتوصل الى مقدار الحصة الثانية وهى ٦٣٠٠ غرش وتكون الحصة الاولى مساوية الى $٦٣٠٠ \times \frac{٤٠}{٢١} = ١٢٠٠٠$ غرش ومقدار ما صرفه الاول هو $\frac{٢}{٥} \times ١٢٠٠٠ = ٤٨٠٠$ غرش

ومقدار مابقى له هو ٧٢٠٠ غرش ومقدار ماصرفه الثانى هو $\frac{٣}{٧} \times ٦٣٠٠ = ٢٧٠٠$ غرش ومقدار مابقى له هو ٣٦٠٠ غرش وهو نصف مابقى للاول وهو ٧٢٠٠ غرش

(٦) اشترك رجل وولده فى عمل بساط فأتماه معا فى مدة ١٥ يوما ثم أراد عمل بساط آخر مثله فاشتركا معا فى شغله مدة ٦ أيام ثم انقطع الوالد عن الشغل واستمر الولد فى اتمامه فمكث مدة ثلاثين يوما منفردا حتى أتمه والمطلوب معرفة عدد الايام التى تلزم لكل واحد من الوالد والولد اذا أراد كل منهما شغل بساط مثل البساط المذكور وحده

لحل هذه المسئلة نقول حيث انهما أتما البساط الاول فى مدة ١٥ يوما وكان ينبغى اتمام الثانى فى مثل هذه المدة لو اجتمعا معا لكنه حيث ان الوالد بعد أن اشتغل ٦ أيام مع ابنه انقطع عن العمل وأتمه الولد فى مدة ٣٠ يوما فتكون هذه المدة الاخيرة تعادل شغل ٩ أيام لو كانا معا وحيث ان الولد لازال يشتغل فيكون $٣٠ - ٩ = ٢١$ من شغل الولد تعادل مساعدة والده له مدة التسعة أيام التى انقطعها عنه وبذلك يكون شغل الوالد يعادل $\frac{٢١}{٩} = \frac{٧}{٣}$ شغل الولد وبالعكس يكون شغل الولد يعادل $\frac{٣}{٧}$ شغل والده اذا تقرر هذا نقول اذا اشتغل الوالد البساط وحده لزمه ١٥ يوما زائدا $\frac{٣}{٧} \times ١٥$ أو

$$١٥ + \frac{٣}{٧} \times ١٥ = ١٥ + \frac{٤٥}{٧} = \frac{١٥٠}{٧} = ٢١ \frac{٣}{٧} \text{ يوما}$$

وأما اذا اشتغل الولد وحده فانه يلزمه ١٥ يوما زائد $\frac{٧}{٣} \times ١٥$ يوما أى

$$١٥ + \frac{٧}{٣} \times ١٥ = ١٥ + \frac{١٠٥}{٣} = \frac{١٥٠}{٣} = ٥٠ \text{ يوما}$$

(تمرينات)

(١) المطلوب ايجاد نصف مجموع الكسرين $\frac{٢}{٥}$ و $\frac{٣}{٤}$

(٢) المطلوب ايجاد $\frac{٢}{٥}$ الفرق بين الكسرين $\frac{٥}{٦}$ و $\frac{٤}{٩}$

(٣) ماهو الكسر الذى اذا أضيف الى الكسر $\frac{٢}{٧}$ تحصل منهما الكسر $\frac{٣}{٤}$

(٤) ماهو الكسر الذى اذا ضرب فى الكسر $\frac{٦}{٧}$ يتحصل منهما الكسر $\frac{٣}{٤}$

(٥) اذا كان الفرق بين الكسرين $\frac{٣}{٤}$ و $\frac{٣}{٥}$ لاى عدد يعادل ١٥ فمامقدار هذا العدد

(٦) المطلوب تقسيم العدد ١٦٧٤ الى جزئين بحيث يكون أولهما $\frac{٢}{٣}$ من $\frac{٥}{٦}$ من $\frac{٧}{٨}$ الثانى

(٧) اذا قوم منزل بالحالة التى هو عليها بمبلغ ٢٠٠٠٠ فرنك وكانت هذه القيمة تعادل ثلاثة أرباع قيمته لو صار ترميمه بمبلغ ٣٦٥٠ فرنك والمطلوب معرفة أرجح الامرين

(٨) كاف رجل بيبع حصانه وبستانه ومنزله بثمن قدره ٥٣٠٠ فرنك وقد قوّم ثمن الحصان بمقدار $\frac{٢}{٧}$ ثمن البستان وقوم ثمن البستان بمقدار $\frac{٢}{٥}$ ثمن المنزل والمطلوب معرفة ثمن كل واحد من الحصان والبستان والمنزل

(٩) حنفيتان مسلطتان على حوض فلأته احداهما فى مدة ٣ ساعات وملأه الاثنان معا فى مدة $\frac{١}{٥}$ ١ ساعه والمطلوب معرفة الزمن الذى يلزم للحنفية الثانية لملء الحوض المذكور اذا سلطت عليه وحدها

(١٠) المطلوب تعيين الكسر المكافئ للكسر $\frac{٧}{٨}$ بحيث يكون مجموع حديه مساويا ١٣٥

(١١) المطلوب تعيين الكسر المكافئ للكسر $\frac{٥}{٧}$ بحيث يكون الفرق بين حديه مساويا ٢٤

(١٢) عاملان كانا يشتغلان معا وكان أولهما يكتسب قدر مكسب الثانى مرة وثلث وبعد مضى مدة قبض الاول الذى اشتغل خمسة أيام زيادة عن الثانى مبلغ ١٠٠ فرنك وقبض الثانى مبلغ ٦٠ فرنكا والمطلوب معرفة مكسب كل واحد منهما يوميا وعدد الايام التى اشتغلها

(١٣) اذا استعمل ثلاث حنفيات لملء حوض واستعملت رابعة لتفريغه بذاته فاذا فتحت الاولى وحدها ملأته فى $\frac{١}{٢}$ ٤ ساعة والثانية فى مدة $\frac{٣}{٤}$ ٥ ساعة والثالثة فى مدة ٨ ساعة والرابعة تفرغه فى مدة $\frac{١}{٢}$ ٥ ساعة والمطلوب معرفة الزمن الذى يلزم لهذه الحنفيات حتى يمتلئ هذا الحوض اذا فتحت معا

(١٤) المطلوب البرهنة على أنه اذا أضيف كسران متعاكسان الى بعضهما كان مجموعهما أكبر من عدد ٢ دائما

(١٥) اذا احتوى برميل على ١٢٠ لترا من الخل واستخرج منه ٤٥ لترا واستعوضت بكمية مساوية لها من الماء ثم استخرج منه مرة ثانية ٤٥ لترا من المخلوط الموجود فيه واستعوض أيضا بمقدار مساوله من الماء ثم اعيدت تلك العملية مرة ثالثة . والمطلوب معرفة مقدار الخل والماء المشتمل عليهما البرميل

الباب الرابع
(فى الكسور الاعشارية)

الفصل الاول
(فى عددية الكسور الاعشارية)

(٢٢٥) قدذكرنا بنمرة (١٤٣) أنه اذا قسم الواحد الصحيح الى عشرة أجزاء متساوية وكل واحد من هذه الاجزاء الى عشرة أجزاء متساويه وكل واحد من هذه الاجزاء الاخيرة الى عشرة أجزاء متساوية أيضا وهكذا أعنى أنه اذا قسم الواحد الى أجزاء متساوية تتناقص عن بعضها عشرة فعشرة فان آحد هذه الاجزاء أو اجتماع بعضها يسمى كسرا اعشاريا
وحينئذ فالكسر الاعشارى هو جزء أو عدة أجزاء متساوية من الواحد الصحيح المنقسم الى أجزاء متساوية متناقصة عن بعضها عشرة فعشرة

(٢٢٦) اذا قسم الواحد الصحيح الى عشرة أجزاء متساوية سميت هذه الاجزاء بالاعشار واذا قسم الى مائة جزء متساوية سميت تلك الاجزاء بأجزاء من مائة واذا قسم الى ألف جزء متساوية سميت هذه الاجزاء باجزاء من ألف وهكذا

(٢٢٧) يعلم مما ذكر أن قانون تكوين الكسور الاعشارية هو عين قانون تكوين الاعداد الصحيحة ولذا يمكن تكوين متوالية مستمرة من الاعداد الصحيحة والكسور الاعشارية اما أن تكون وحداتها آخذة فى الزيادة عشرة فعشرة أو فى النقص كذلك على حسب ما يكون مبدأها الآحاد الصغرى أو العليا هكذا

⋮	⋮
(٦)	مليون
(٥)	مئات الوف
(٤)	عشرات الوف
(٣)	آحاد الوف
(٢)	مئات
(١)	عشرات
	الآحاد الاصلية
(١)	أعشار
(٢)	أجزاء من مائة
(٣)	أجزاء من ألف
(٤)	أجزاء من عشرة آلاف
(٥)	أجزاء من مائة ألف
(٦)	أجزاء من مليون

(٢٢٨) العدد الكسرى الاعشارى هو ماتركب من عدد صحيح وكسر أعشارى وقد يطلق على هذا النوع من العدد اسم العدد الاعشارى تساهلا فى التسمية وهو غير مقبول حيث يطلق أيضا على الاعداد الصحيحة اسم الاعداد الاعشارية كما لا يخفى

(٢٢٩) يمكن تطبيق الاصطلاح المتقدم الذى انبنت عليه العدية الوضعية للاعداد الصحيحة على الكسور الاعشارية وهو أن كل رقم موضوع على يسار رقم آخر يدل على آحاد أكبر من آحاد الرقم الآخر بعشر مرات وأن كل رقم موضوع على يمين رقم آخر يدل على آحاد أصغر من آحاد الرقم الآخر بعشر مرات

حيث أن لاشئ يلزمنا الوقوف على الآحاد أمكنا بناء على هذا الاصطلاح وعلى كيفية تأليف الكسور الاعشارية أن نقول كل رقم موضوع على يمين الآحاد يدل على أعشار وكل رقم موضوع على يمين الاعشار يدل على أجزاء من مائة وكل رقم موضوع على يمين الاجزاء من مائة يدل على أجزاء من الوف وهكذا لكنه يجب لعدم الالتباس أن يميز الكسور الاعشارية عن الاعداد الصحيحة وقد اختير لذلك اشارة صغيرة توضع بينهما هذه صورتها (و)

(٢٣٠) بناء على ماتقدم اذا أريد كتابة الكسور الاعشارية نقول

أولا ـ اذا أريد كتابة العـدد المركب من ٤٢ آحاد صحيحة ومن ٣ أعشار ومن ٩ أجزاء من مائة ومن ٥ أجزاء من الوف وضعت كل عدد أعشارى فى الرتبة الموافقة له هكذا

٤٢و٣٩٥

ثانيا ـ اذا خلت احدى المنازل الاعشارية فانه يوضع محلها صفر فعلى هذا يكتب عدد ٤٢ آحادا صحيحة و ٣ أعشار و ٥ أجزاء من ألف هكذا

٤٢و٣٠٥

ثالثا ـ اذا لم يحتو العدد المطلوب كتابته على آحاد صحيحة فانها تستعوض بصفر فعلى هـذا يكتب عدد ٧ أعشار و ٩ أجزاء من مائة و ٨ أجزاء من عشرة آلاف هكذا

٠و٧٩٠٨

رابعا ـ اذا قرن العدد الملفوظ به أو جزؤه الاعشارى فقط باسم رتبة اعشارية كسرية فانه يكتب هذا العدد أو جزؤه الاعشارى كأنه عدد صحيح ويوضع الفاصل بحيث يشغل الرقم الاخير من جهة اليمين الرتبة المقرون العدد بها ونستعوض المنازل التى يمكن أن تكون ناقصة بأصفار فعلى هذا لكتابة عدد ثمانية وثلاثين عددا صحيحا وخمسمائة وستة أجزاء من عشرة آلاف نقول

حيث ان رقم ٦ يجب أن يكون شاغلا منزلة أجزاء العشرة آلاف أعني المنزلة الرابعة من يمين الفاصـل وان العـدد الملفوظ به وهو ٥٠٦ لا يحتوي الا على ثلاثة أرقام فقط فيوضع صفر حينئذ قبل الرقم الاول الاعشاري هكذا ٣٨و٠٥٠٦

وكذا لو أريد كتابة عدد ثلثمائة وثمانين ألفا وخمسمائة وستة أجزاء من عشرة آلاف فانه يكتب العـدد الملفوظ به أولا على صورة العدد الصحيح هكذا ٣٨٠٥٠٦ ثم يوضع الفاصل بعد ذلك بحيث يشغل رقم ٦ رتبة أجزاء العشرة آلاف هكذا ٣٨و٠٥٠٦

ومما ذكر تنتج هذه القاعدة العامة

(٢٣١) لكتابة أي عدد كسري أعشاري يكتب أولا جزؤه الصحيح ثم الفاصـل ثم الجزء الاعشاري منه كما لو كان عددا صحيحا بحيث يشغل الرقم الاول من جهة اليمين المنزلة الاعشارية الملفوظة ثم نستعوض المنازل الناقصة بأصفار

أما اذا كان العـدد الملفوظ به مقرونا باسم منزلة أعشارية كسرية فقط فانه يكتب كأنه عدد صحيح ثم يوضع الفاصل بعد ذلك بحيث يكون الرقم الاول منه من جهة اليمين شاغلا محل الرتبة الاعشارية الملفوظة

(٢٣٢) لقراءة كسر أعشاري أو عدد كسري أعشاري مكتوب مثل ٤٢و٣٩٥ نقول أولا — من المعلوم أنه يمكن قراءة هذا العدد بواسطة أن يتلفظ أولا بجزئه الصحيح ثم يتلفظ بعده على التوالي بالاعشار و بأجزاء المائة و بأجزاء الالف وهلم جرا فيقال اثنان وأربعون آحادا صحيحة وثلاثة أعشار وتسعة أجزاء من مائة وثلاثة أجزاء من الوف

ثانيا — اذا لوحظ أن ٣ أعشار تعادل ٣٠ جزأ من مائة أو ٣٠٠ جزأ من ألف وأن ٩ أجزاء من مائة تعادل ٩٠ أجزاء من الوف فان العدد المفروض يتركب من ٤٢ آحادا صحيحة ومن ٣٠٠ أجزاء من ألف ومن ٩٠ أجزاء من ألف أيضا ومن ٥ أجزاء من ألف أو يتركب من ٤٢ آحادا صحيحة ومن ٣٩٥ أجزاء من ألف وعلى ذلك يتلفظ به هكذا اثنان وأربعون آحادا صحيحة وثلثمائة وخمسة وتسعون أجزاء من الوف

ثالثا — حيث انه يمكن تحويل الآحاد الصحيحة الى وحدات أعشارية من نوع الرتبة الاخيرة لان عدد ٤٢ يعادل ٤٢٠٠٠ جزأ من ألف أمكن قراءة العدد المفروض بواسطة ضم جميع أجزاء الالوف الى بعضها بأن يقال اثنان وأربعون ألفا وثلثمائة وخمسة وتسعون أجزاء من ألف

ومن ذلك تنتج هذه القاعدة العامة

(٢٣٣) القاعدة العامة لقراءة عدد كسرى أعشارى يتلفظ أولا بجزئه الصحيح ثم بجزئه الاعشارى كما لو كان عددا صحيحا ثم يقرن بعد ذلك باسم وحدات الرتبة الدال عليها الرقم الاخير الاعشارى

ويمكن قراءة العدد الكسرى الاعشارى بواسطة أن يتلفظ به جميعه بقطع النظر عن الفاصل ثم يقرن بعد ذلك باسم وحدات المرتبة الاخيرة الدال عليها الرقم الاخير

وكذلك يمكن قراءته مجزأ الى أجزاء بأن يتلفظ بالصحيح ثم بالاعشار ثم بأجزاء المئين ثم بأجزاء الالوف وهكذا

(٢٣٤) القاعدة الاولى — كل كسر أعشارى يمكن اعتباره كأنه كسر اعتيادى مقامه واحد متبوع بأصفار

فالكسر ٦٨٥ر٠ حيث انه عبارة عن ٦٢٥ جزأ من ألف يمكن وضعه هكذا $\frac{٦٢٥}{١٠٠٠}$

ومثله العدد الكسرى الاعشارى ٣ر١٤١٦ يمكن وضعه هكذا $\frac{٣١٤١٦}{١٠٠٠٠}$

وهذا ناتج من قواعد عدية الكسور الاعتيادية

واذن فبسط الكسر هو عبارة عن العدد الاعشارى جميعه بما فيه الصحيح بقطع النظر عن الفاصل وأما مقامه فهو واحد متبوع بأصفار بقدر عدد الارقام الاعشارية

(٢٣٥) وبالعكس اذا أريد وضع كسر اعتيادى مقامه واحد متبوع بأصفار على صورة كسر أعشارى يكفى كتابة البسط وفصل أرقام أعشارية من يمينه بقدر أصفار المقام

أما اذا كان عدد الاصفار يزيد عن عدد أرقام البسط فانه يوضع أصفار على يسار البسط بحيث يكون مجموعها هى وأرقام البسط مساويا للعدد الاصفار الموجودة بالمقام فعلى هذا اذا أريد وضع الكسر $\frac{٤٥}{١٠٠٠٠٠}$ على صورة كسر أعشارى كتب هكذا ٠ر٠٠٠٤٥

(٢٣٦) تنبيـــه — يمكن بيان جميع القواعد الخاصة بالكسور الاعشارية اعتمادا على أنه يمكن تحويلها الى كسور اعتيادية ذات حدين لكنه مع ذلك يمكن استخراجها مباشرة بناء على قاعدة العدية الاعشارية الاساسية

فالطريقة الاولى وان كانت عامة غير أن الثانية أبسط وأقرب لادراك المبتدى

(٢٣٧) القاعدة الثانية — لا يتغير مقدار الكسر الاعشارى أو العدد الكسرى الاعشارى اذا وضع أو حذف من يمينه صفر أو صفران أو عدة أصفار

فالعددان ٢٣٫٧ و ٢٣٫٧٠٠ متساويان وذلك لان كل رقم من الارقام المعنوية ٧ و ٣ و ٢ شاغل عين المحل فى العددين

وكذا يمكن أن يقال ان عدد ٢٣٫٧٠٠ يمكن اعتباره كأنه عبارة عن ٢٣٧٠٠ أجزاء من ألف (٢٣٢) وأما عدد ٢٣٫٧ وان كان يكافئ العدد ٢٣٧ أعشار غير أنه لما كان العشر الواحد يعادل مائة مرة الجزء من ألف كان عد ٢٣٧ أعشار يعادل ٢٣٧٠٠ أجزاء من ألف وهو المراد

(٢٣٨) القاعدة الثالثة ــ لتكبير أو لتصغير قيمة أى عدد كسرى أعشارى عما كانت عليه عشر مرات أو مائة مرة أو ألف مرة الخ يقدم الفاصل الاعشارى جهة اليمين أو يؤخر جهة اليسار منزلة أو منزلتين أو ثلاث منازل الخ

فعدد ٢٣٧٫٥ أكبر من عدد ٢٫٣٧٥ مائة مرة وذلك لان كل رقم من أرقام العدد الاول يدل على آحاد أكبر مما يدل عليها الرقم المذكور فى العدد الثانى بمائة مرة فرقم ٥ مثلا يدل فى العدد الاول على أعشار وفى الثانى على أجزاء من ألف ولا شك أن العشر يعادل مائة مرة الجزء من ألف ورقم ٧ يدل فى العدد الاول على آحاد صحيحة وفى الثانى على أجزاء من مائة وهكذا

وبعين هذه البراهين نرى أن عدد ٢٫٣٧٥ أصغر بمائة مرة من العدد ٢٣٧٫٥

(٢٣٩) تنبيــه ــ اذا حذف فاصل الاعشار من أى عدد أعشارى كسرى وبعبارة أخرى اذا ضرب أى عدد كسرى أعشارى فى واحد متبوع بأصفار بقدر عدد أرقامه الاعشارية فانه يعتبر الفاصل دائما كأنه موجود على يمين رقم آحاد العدد الناتج

فاذا ضرب عدد ٢٧٫٥٣ فى مائة وصار ٢٧٥٣ فان الفاصل يعتبر كأنه موجود على يمين رقم ٣

الفصـــــل الثانى

(فى عمليات الكسور الاعشارية)

(فى جمع وطـــرح الكسور الاعشارية)

(٢٤٠) حيث قد علم مما تقدم أن قانون تأليف الكسور الاعشارية هو عين القانون الذى اتبع فى تأليف الاعداد الصحيحة بمعنى أن آحادها اما آخذة فى الكبر عشرة فعشرة أو آخذة فى الصغر كذلك فيمكن بالبناء على ذلك تطبيق قواعد الجمع والطرح التى أجريت على الاعداد

الصحيحة بلا فرق على الكسور الاعشارية انما يلاحظ فقط عنـد كتابة الاعداد المراد جمعها أو التي يراد اجراء عملية الطرح عليها أن تكون تحت بعضها بحيث تكون الآحاد المتحدة المنزلة فى عمود واحد رأسي وفواصل الاعشارية كذلك

مثال للجمع

٧٣٫٦
٨٫٥٣٩
٥٤٧٫٢٨
٠٫٦٣٨٤
٦٣٠٫٠٥٧٤ حاصل الجمع

فنبدأ أولا بجمع أجزاء عشرات الالوف ثم أجزاء الالوف ثم أجزاء المئين ثم الاعشار ثم الآحاد الصحيحة ثم العشرات ثم المئات ولا لزوم لوضع أصفار على يمين الاعداد التي لم تحتو على أربعة أرقام أعشارية

مثال للطرح

٩٫٦
٥٫٤٣٧
٤٫١٦٣ الباقى

فنبدأ أولا بطرح ٧ أجزاء من ألف من ١٠ أجزاء من ألف ثم بطرح ٣ أجزاء من مائة من ٩ أجزاء من مائة ثم بطرح ٤ أعشار من ٥ أعشار ثم بطرح ٥ آحاد صحيحة من ٩ آحاد صحيحة ولا لزوم لوضع أصفار على يمين المطروح منه لتحل محل المنازل الخالية منه

(فى ضرب الكسور الاعشارية)

(٢٤١) لضرب الكسور الاعشارية حالتان

(٢٤٢) الحالة الاولى ـ أن يكون المضروب فيـه عددا صحيحا والمضروب عددا كسريا أعشاريا أو كسرا أعشاريا

فاذا أريد ضرب ٣٦٫٤٢٨ فى ١٢ نقول

انه بمقتضى التعريف العام لضرب الاعداد الصحيحة يجب تكرار المضروب ٣٦٫٤٢٨ أو ٣٦٤٢٨ أجزاء من ألف اثنى عشر مرة غير أن تكرار ٣٦٤٢٨ آحادا صحيحة ١٢ مرة يعادل ٤٣٧١٣٦ آحادا صحيحة وحينئذ فتكرار ٣٦٤٢٨ أجزاء من ألف ١٢ مرة يعادل ٤٣٧١٣٦ أجزاء من ألف أو يعادل ٤٣٧٫١٣٦ واذن فيجب فصل ثلاثة أرقام أعشارية من يمين الحاصل أعنى أرقاما أعشارية بقدر الموجودة على يمين المضروب

(٢٤٣) فالقاعدة العمومية لضرب عدد كسرى أعشارى أو كسر أعشارى فى عدد صحيح بقطع النظر عن فاصل الاعشار فى المضروب ثم تجرى عملية الضرب كما لو أجريت على الاعداد الصحيحة وبعد تحصيل الحاصل يفصل من يمينه أرقام أعشارية بقدر الارقام الاعشارية الموجودة فى المضروب وصورة العمل هكذا

٣٦٫٤٢٨ مضروب
١٢ مضروب فيه
٧٢٨٥٦
٣٦٤٢٨
٤٣٧٫١٣٦ حاصل الضرب

(٢٤٤) الحالة الثانية ـ أن يكون المضروب فيه كسرا أعشاريا أو عددا كسريا أعشاريا والمضروب عددا ما (صحيحا كان أو أعشاريا)
فاذا أريد ضرب ٤٫٦٢٥ فى ٠٫٣٧ نقول انا اذا لاحظنا التعريف العمومى لضرب الكسور الاعتيادية (١٩٩) نرى أن حاصل الضرب يتألف من المضروب ٤٫٦٢٥ كما تألف المضروب فيه ٠٫٣٧ من الآحاد وحيث ان المضروب فيه يتألف من الجزء المئينى للواحد الصحيح ٣٧ مرة فيتألف اذن حاصل الضرب من الجزء المئينى للمضروب ٣٧ مرة ولذا يجب تكرار الجزء المئينى للمضروب ٣٧ مرة أما الجزء المئينى للمضروب ٤٫٦٢٥ فهو ٠٫٠٤٦٢٥ بواسطة تقديم الفاصل منزلتين جهة اليسار وهو عدد يحتوى على أرقام أعشارية بقدر الموجودة فى المضروب والمضروب فيه ولتكراره ٣٧ مرة يتحصل ١٫٧١١٢٥ كما تقدم فى الحالة الاولى

(٢٤٥) والقاعدة العمومية لضرب عدد ما فى كسر أعشارى أو فى عدد كسرى أعشارى أن يقطع النظر عن فاصل الاعشار فى المضروبين وتجرى عملية الضرب كما لو أجريت على الاعداد الصحيحة وبعد تحصيل حاصل الضرب يفصل من يمينه أرقام أعشارية بقدر الارقام الاعشارية الموجودة فى المضروبين وصورة العمل هكذا

٤٫٦٢٥ مضروب
٠٫٣٧ مضروب فيه
٣٢٣٧٥
١٣٨٧٥
١٫٧١١٢٥ حاصل الضرب

(٢٤٦) تنبيه أول — من المعلوم أنه يمكن تطبيق القاعدة المتقدمة فى حالة ما اذا كان المضروب عددا صحيحا غير أن قطع النظر عن فاصل الاعشار لا يكون فى هذه الحالة الا فى المضروب فيه وأن عدد الارقام الاعشارية التى يجب فصلها من يمين حاصل الضرب لا تكون الا بقدر عدد الارقام الاعشارية الموجودة فى هذا العامل فقط

(٢٤٧) تنبيه ثان — انه بناء على امكان تحويل الكسور الاعشارية الى كسور اعتيادية مكافئة لها يمكن البرهنة على قواعد ضرب الكسور الاعشارية بالطريقة الآتية

اذا أريد ضرب ٤٫٦٢٥ فى ٠٫٣٧ نقول ان هذه العملية تؤول الى ضرب $\frac{٤٦٢٥}{١٠٠٠}$ فى $\frac{٣٧}{١٠٠}$ أو الى $\frac{٤٦٢٥}{١٠٠٠} \times \frac{٣٧}{١٠٠} = \frac{٣٧ \times ٤٦٢٥}{١٠٠ \times ١٠٠٠} = \frac{١٧١١٢٥}{١٠٠٠٠٠} = ١٫٧١١٢٥$ وهذا عين الناتج السابق

(فى قسمة الكسور الاعشارية)

(٢٤٨) الحالة الاولى — أن يكون المقسوم عددا كسريا أعشاريا والمقسوم عليه عددا صحيحا فاذا أريد قسمة ٥٧٢٫٣٢ على ٨ نقول

الغرض من قسمة ٥٧٢٫٣٢ على ٨ أو قسمة ٥٧٢٣٢ أجزاء مئينية على ٨ هو البحث عن عدد الاجزاء المئينية الذى اذا ضرب فى ٨ يتحصل منه ٥٧٢٣٢ أجزاء مئينية أو هو البحث عن أعظم عدد من الاجزاء المئينية الذى اذا ضرب فى ٨ يمكن طرح حاصل ضربهما من ٥٧٢٣٢ أجزاء مئينية وإذن فلا تختلف عملية القسمة هذه بشىء ما عن عملية قسمة الاعداد الصحيحة غير أن عدد مرات الاحتواء أو خارج القسمة يكون ضرورة من جنس أجزاء المئين وبناء على ماذكر يقسم ٥٧٢٣٢ على ٨ بالطريقة المعتادة وأما خارج القسمة الذى يكون إمّا حقيقيا أو قريبا من الحقيقة بأقل من واحد فانه يكون أجزاء مئينية هكذا

```
٥٧٢٫٣٢ | ٨
١٢     |-------
٤٣     | ٧١٫٥٤
٣٢
```

فعدد ٧١٥٤ أجزاء مئينية أو عدد ٧١٫٥٤ هو خارج القسمة الحقيقى

(فى خارج القسمة التقريبي)

(٢٤٩) لخارج القسمة التقريبي حالتان وهما اماأن يكون أقل من خارج القسمة الحقيق واماأن يكون أكبر منه

فاذا قسم مثلا ٢٨٫٥١ على ١٢ فان خارج القسمة هو ٢٣٧ جزء من مائة أو ٢٫٣٧ ويبقى للقسمة باق قدره ٧ أجزاء من مائة وأما خارج القسمة الحقيق فهو عبارة عن ٢٫٣٧ مضافا اليه الجزء الثانى عشر من عدد ٧ أجزاء من مائة الذى هو دون واحد من مائة واذن يكون خارج القسمة الحقيق محصورا بين ٢٣٧ أجزاء من مائة وبين ٢٣٨ أجزاء من مائة فاذا أخذنا أحدهما أو الآخر بدل خارج القسمة الحقيق فانه يقال ان خارج القسمة يفرق عن خارج القسمة الحقيق بأقل من واحد من مائة أو هو مقرب بأقل واحد من مائة غير أن الاول بالعجز والثانى بالزيادة

والمعتاد هو أخذ المقدار الاول بدل خارج القسمة الحقيق غير أن الثانى يكون أولى اختيارا منه اذا كان أكثر قربا بالخارج القسمة الحقيق من الاول

فاذا تأملنا فى المثال المتقدم نرى أن العدد ٢٫٣٧ ينقص عن خارج القسمة الحقيق بالجزء الثانى عشر لعدد ٧ أجزاء من مائة أو بسبعة أمثال الجزء الثانى عشر لواحد من مائة أعنى أنه ينقص عنه بأكثر من نصف واحد من مائة وأن العدد ٢٫٣٨ لايزيد عن خارج القسمة الحقيق الا بخمسة أمثال الجزء الثانى عشر لواحد من مائة أى لايزيد عنه الا بأقل من نصف واحد من مائة وحينئذ فاختيار المقدار الثانى هو أولى فى هذه الحالة

ومن المعلوم أن تلك الاولوية لاتتأتى اذا كان باقى القسمة أقل من نصف المقسوم عليه ١٢ أما اذا كان باقى عملية القسمة مساويا نصفه ٦ فان كل واحد من مقدارى خارجى القسمة المقربين يفرق عن خارج القسمة الحقيق بمقدار نصف واحد من مائة
وبناء على ماذكر يجب كلما كان الباقى أكبر من نصف المقسوم عليه ضم واحد آحاد الى الرقم الاخير المتحصل فى خارج القسمة وهذا مايسمى بجبر الرقم الاخير بواحد

(٢٥٠) والقاعدة العمومية لقسمة عدد أعشارى على عدد صحيح هى أن تجرى عملية القسمة كما لو كانت على عددين صحيحين ويبحث عن خارج القسمة مقربا بأقل من واحد من المنزلة الاخيرة منه ويفصل منه أرقام أعشارية بقدر عدد الارقام الاعشارية الموجودة فى المقسوم

(٢٥١) تنبيه أول – يكفى فى الاعمال وضع فاصـل الاعشار فى خارج القسمة عند انزال أجزاء أعشار المقسوم الكلى

(٢٥٢) تنبيه ثان – اذا لم يحتو المقسوم على جزء صحيح فانه يوضع فى خارج القسمة صفر ليحل محل آحاده الصحيحة وكذا يوضع أصفار على يمين الفاصل بقدر الارقام التى يتم انزالها من أرقام المقسوم ولم تكون عددا يقبل القسمة على المقسوم عليه

فاذا قسم ٥٤٤ر٠ على ٨ كان خارج القسمة الحقيقى هو ٠٦٨ر٠

(فى درجة تقريب خارج القسمة)

(٢٥٣) درجة تقريب خارج القسمة ترتبط دائما بناء على ما تقـدم برتبـة الرقم الاخير الاعشارى للمقسوم وأن الخطأ المتروك فيه يكون اما أقل من واحد أو من نصف واحد من هذه الرتبـــــة

فاذا أريد ايجاد مقـدار خارج القسمة مقربا بأقل من وحدة ما أعشـارية لزم اذن أن يوجد فى المقسوم وحدات من نوع هذه الرتبة الاعشارية المراد التقريب اليها ولذا يجب عند الحاجة وضع صفر أو صفرين أو جملة أصفار على يمين المقسوم للوصول الى هذا الغرض

مثال ذلك اذا أريد ايجاد خارج قسمة ٢٨ر٥١ على ١٢ مقربا بأقل من واحد من مائة ألف يجرى العمل هكذا

```
٢٨ر٥١٠٠٠ | ١٢
          |--------
٤٥         ٢ر٣٧٥٨٣
 ٩١
  ٧٠
  ١٠٠
   ٤٠
    ٤
```

بأن يوضع ثلاثة أصـفار على يمين المقسوم ليـدل الرقم الاخير على الرتبة الاعشـارية المراد التقريب اليها ويكون عدد ٢ر٣٧٥٨٣ هو خارج القسمة مقربا بأقل من واحد من مائة ألف

(٢٥٤) يستغنى عادة عند اجراء الاعمـال عن وضع تلك الاصفار بواسـطة الاكتفاء بوضع صفر على يمين كل باق يحدث حتى يتحصل فى خارج القسمة الارقام الاعشارية المطلوبة

(٢٥٥) تطبق القاعدة المتقدمة على قسمة الاعداد الصحيحة دائمـا عند عدم الاكتفاء بالجزء الصحيح من خارج القسمة وعندما لم يطلب تكميل المقدار الباقى منه بكسر اعتيادى

ويقال فى هذه الحالة انه صار تقويم الجزء الباقى من خارج القسمة بكسر أعشارى فاذا أريد تقويم الجزء الباقى من خارج قسمة ٤٨٩٥ على ٥٤٨ بكسر أعشارى بحيث يكون مقربا بأقل من واحد من مائة نضع العملية هكذا

٥٤٨	٤٨٩٥
٨٫٩٣	٥١١٠
	١٧٨٠
	١٣٦

ثم تستمر عملية القسمة بعد ايجاد الرقم الصحيح ٨ من خارج القسمة بواسطة وضع صفر على يمين الباقى ٥١١ ثم وضع صفرا آخر على يمين الباقى التالى له ١٧٨ وهذه العملية هى عين كوننا اعتبرنا المقسوم ٤٨٩٥ كأنه ٤٨٩٥٠٠ أجزاء من مائة ويكون عدد ٨٫٩٣ هو خارج القسمة مقربا بأقل من واحد من مائة بالعجز

(٢٥٦) تنبيه ـ تطبق القاعدة المذكورة أيضا عن قسمة عددين صحيحين لا يكون خارج قسمتهما عددا صحيحا

فاذا أريد قسمة ٨ على ٢٤٥ مثلا بحيث يكون الخارج مقربا بأقل من واحد من عشرة آلاف أجرى العمل هكذا

٢٤٥	٨٠٠
٠٫٠٣٢٦	٦٥٠
	١٦٠٠
	١٣٠

ويكون عدد ٠٫٠٣٢٦ هو خارج القسمة مقربا بأقل من واحد من عشرة آلاف بالعجز

(٢٥٧) يتأتى غالبا عند تقويم خارج القسمة بكسر أعشارى أن بعض أرقام خارج القسمة يتجدد ظهورها بدون انقطاع على عين الترتيب الاول كما فى المثال الآتى

ليكن المطلوب قسمة ٦٢ على ١١ تجرى العملية كما يأتى

١١	٦٢
٥٫٦٣٦	٧٠
	٤٠
	٧٠
	٤٠

ثم يشاهد أن المقاسيم الجزئية ٧٠ و ٤٠ التي يتوالى ظهورها بدون انقطاع مع استمرار عملية القسمة يتأتى منها دائما في خارج القسمة عين الارقام ٦ و ٣ وفي مثل هذه الحالة يقال ان خارج القسمة دوري و يقال لعدد ٦٣ بالجزء الدوري وسيأتي الكلام على ذلك

(٢٥٨) الحالة الثانية — أن يكون المقسوم عددا صحيحا أو عددا كسريا اعشاريا والمقسوم عليه عددا كسريا اعشاريا

المثال الاول — ليكن المطلوب قسمة ٢٨,٩٣٤ على ٦,٧٥ نقول

من المعلوم أنه لا يتأتى أن نعتبر هنا أن الغرض من عملية القسمة هذه هو تقسيم المقسوم الى عدة أجزاء متساوية لان هذا يستلزم أن يكون المقسوم عليه عددا صحيحا

ولو اعتبرنا أن الغرض منها هو البحث عن عدد مرات انحصار المقسوم عليه في المقسوم فانا لا نرى لذلك معنى فيما اذا لم يكن خارج القسمة عددا صحيحا أو فيما اذا كان المقسوم دون المقسوم عليه

واذن فالاولى أن نرجع في الاعتبار الى التعريف العمومي للقسمة بأن نقول ان الغرض منها هو البحث عن العدد الذي اذا ضرب في المقسوم عليه ٦,٧٥ يحصل المقسوم ٢٨,٩٣٤

فاذا فرض أن خارج القسمة الحقيقي معلوم وضرب في عدد ٦٧٥ بدل ضربه في ٦,٧٥ فان حاصل الضرب لا يكون ضرورة عين المقسوم ٢٨,٩٣٤ بل أكبر منه مائة مرة أي مساويا الى ٢٨٩٣,٤ وحينئذ فيشاهد أن خارج قسمة ٢٨,٩٣٤ على ٦,٧٥ هو عين خارج قسمة ٢٨٩٣,٤ على ٦٧٥ وبذلك فقد رجع الامر الى الحالة الاولى

قد يتأتى أنه لا يمكن الحصول على خارج القسمة الحقيقي لهذه العملية الاخيرة (أي بعد حذف الفاصل من المقسوم عليه وبعد تقديمه منزلتين جهة اليمين في المقسوم) انما يبحث في هذه الحالة عن أعظم عدد من أجزاء الاعشار أو من الاجزاء المئينية أو من أجزاء الالوف الخ الذي اذا ضرب في ٦٧٥ يحصل عدد أصغر من ٢٨٩٣,٤ وهذه صورة العملية

٢٨٩٣,٤	٦٧٥
١٩٣٤	٤,٢٨٦
٥٨٤٠	
٤٤٠٠	
٣٥٠	

وخارج القسمة هو ٤٫٢٨٦ مقربا بأقل من ٠٫٠٠١ بالعجز أو هو ٤٫٢٨٧ مقربا بأقل من نصف واحد من ألف بالزيادة

المثال الثانى — أن يكون المطلوب قسمة ٩ على ٣٫٢٨

اذا حذف فاصل الاعشار من المقسوم عليه وضرب المقسوم فى ١٠٠ وأجريت عملية القسمة

٩٠٠	٣٧٨
١٤٤٠	٢٫٣٨
٣٠٦٠	
٣٦	

يكون خارج القسمة هو ٢٫٣٨ مقربا بأقل من ٠٫٠١

(٢٥٩) القاعدة العمومية لقسمة عدد صحيح أو أعشارى على عدد كسرى أعشارى يحذف فاصل الاعشار الكائن فى المقسوم عليه حتى يكون صحيحا فيصير بذلك أكبر مما كان عليه اما بعشرة مرات أو بمائة مرة أو بألف مرة الخ ثم يكبر المقسوم أيضا عما هو عليه اما عشر مرات أو مائة مرة أو ألف مرة الخ مثل المقسوم عليه اما بتقديم فاصل الاعشار جهة اليمين منزلة أو منزلتين أو أكثر ان كان أعشاريا أو بوضع صفر أو صفرين أو أكثر على يمينه ان كان عددا صحيحا وبذلك يرجع الامر الى الحالة الاولى

(٢٦٠) يتضح مما ذكر من البراهين أن خارج القسمة الحقيقى لاى عددين كيف اتفقا لا يتغير اذا ضرب العددان المذكوران فى عدد ما ثالث وقد سبق برهنة هذه الخاصية (بنمرة ٧٥) على عددين صحيحين وقد ذكر فيها ما يحصل لباقى العملية وحيث كانت هذه البرهنة عامة وتنطبق على الاعداد الاعشارية مثل انطباقها على الاعداد الصحيحة لزم اذن اذا ضرب كل من المقسوم والمقسوم عليه فى ١٠ أو فى ١٠٠ أو فى ١٠٠٠ أو فى الخ أن يضرب الباقى أيضا فى هذا العدد

هذه الملحوظة وان كانت فى حد ذاتها قليلة الاهمية لكنها تكون مهمة جدا عندما يراد عمل ميزان القسمة بواسطة الضرب لانه يجب فى هذه الحالة قسمة الباقى على ١٠ أو على ١٠٠ أو على ١٠٠٠ أو على الخ لرده الى قيمته الاصلية

فيتحصل من المثالين السابقين أن

٢٨٫٩٣٤ = ٦٫٧٥ × ٤٫٢٨٦ + ٠٫٠٠٣٥ و ٩ = ٣٫٧٨ × ٢٫٣٨ + ٠٫٠٠٣٦

(فى تقويم خارج قسمة عددين أعشاريين بدرجة تقريب معينة)

(٢٦١) لتقويم خارج قسمة عددين يكون المقسوم عليـه بالاقل أعشاريا بدرجة تقريب معينة يبـدأ أولا فى ترجيـع عملية القسمة هذه الى أخرى يكون المقسوم عليه فيها عددا صحيحا (٢٥٩) ثم يطبق عليها قاعدة التقريب المتقدمة (٢٥٣)

مثال ذلك ليكن المطلوب ايجاد خارج قسمة ٥٫٨ على ٣٫٤١٦ مقربا بأقل من ٠٫٠١ نقول انه يمكن ترجيـع هذه العملية الى العملية الآتية وهى قسمة ٥٨٠٠ على ٣٤١٦ ويستمر العمل حتى يظهر رقمان اعشاريان فى خارج القسمة هكذا

```
٥٨٠٠ | ٣٤١٦
       -------
        ١٫٦٩
٢٣٨٤٠
 ٣٣٤٤٠
  ٢٦٩٦
```

ويكون خارج القسمة هو ١٫٦٩ مقربا بأقل من ٠٫٠١

(٢٦٢) تنبيـــه ـ يمكن الوصول الى قاعدة قسمـة الاعداد الاعشارية باعتبار هـذه الاعداد كأنها أعداد كسرية ذات حدين أى باعتبار الكسور الاعتيادية المكافئة لها ثم نطبق قاعدة قسمة الكسور الاعتيادية عليها

فاذا أريد قسمة ٢٨٫٩٣٤ على ٦٫٧٥ نقول ان هـذه العملية ترجع الى عملية القسمة الآتية وهى قسمة $\frac{٢٨٩٣٤}{١٠٠٠}$ على $\frac{٦٧٥}{١٠٠}$

وبناء على ما تقدم (بنمرة ٢٢١) يحدث

$$\frac{٢٨٩٣٤}{١٠٠٠} : \frac{٦٧٥}{١٠٠} = \frac{٢٨٩٣٤ \times ١٠٠}{٦٧٥ \times ١٠٠٠} = \frac{٢٨٩٣٤}{٦٧٥ \times ١٠} = \frac{٢٨٩٣٫٤}{٦٧٥}$$

وهو نتج مطابق للقاعدة

الفصـــــل الثالث

(فى تحويل الكسور الاعتيادية الى كسور أعشارية)

(وتحويل الكســـور الاعشارية الى كســـور اعتيادية)

(٢٦٣) استعمـال الكسور الاعشارية آخذ شيـأ فشيأ فى أن يستعوض استعمـال الكسور الاعتيادية التى لا يزال استعمالها جاريا فى الاعمـال التجارية وفى حساب البنوك

فيتلفظ الى الآن بالكسور البسيطة الآتية $\frac{١}{٢}$ و $\frac{١}{٣}$ و $\frac{١}{٤}$ و $\frac{١}{١٠}$ و $\frac{١}{٢٠}$ وتستعمل فى الاعمال كثيرا غيرأن الاكثرتداولا هى هذه الالفاظ خمسون فى المائة أو ٠,٥٠ و ٣٣ فى المائة أو ٠,٣٣ و ٢٥ فى المائة أو ٠,٢٥ وهكذا وغيرذلك فان هنالك ألفاظ أخرى متداولة ليس لها مقابل فى الكسور الاعتيادية مثل ٧ فى المائة و ١٣ فى المائة و ٢٨ فى المائة وهكذا وبالجملة فان أغلب جميع الاعمال جارية على الكسور الاعشارية

وعلى أى حال فمن المفيد معرفة امكان الانتقال من جملة تعدادية الى جملة أخرى أى معرفة امكان تحويل كسور اعتيادية الى كسور أعشارية وبالعكس أى تحويل كسور أعشارية الى كسور اعتيادية

(فى تحويل الكسور الاعتيادية الى كسور أعشارية)

(٢٦٤) الحالة الاولى ـ ليكن المطلوب تحويل الكسر الاعتيادى $\frac{٤١}{١٠٠}$ الذى مقامه قوة لعدد ١٠ الى كسر أعشارى نقول

انا قد شاهدنا (بنمرة ٢٣٤) أن الكسر $\frac{٤١}{١٠٠}$ وان دلت صورته الظاهرية على كسر اعتيادى غيرأنه هو فى الحقيقة كسر أعشارى ويمكن وضعه مباشرة على هذه الصورة ٠,٤١

الحالة الثانية ـ أن يكون المطلوب تحويل الكسر الاعتيادى $\frac{٥}{٨}$ الى كسر أعشارى نقول حيث ان كل كسر اعتيادى يمكن اعتباره كخارج قسمة بسطه على مقامه (١٥٣) كفى للوصول الى هذا الغرض أن يقوم خارج قسمة ٥ على ٨ بالكسور الاعشارية وأن يتبع ما ذكر (بنمرة ٢٥٦) هكذا

```
٥٠ | ٨
   |------
٢٠ | ٠,٦٢٥
٤٠
 ٠
```

ولتوضيح هذه العملية نقول ثمن خمسة آحاد هو صفر فتحول الخمسة آحاد الى أجزاء من عشرة ثم نقول ثمن الخمسين جزأ من عشرة هو ٦ أجزاء من عشرة وحاصل ضرب ٨ فى ٦ أعشار يتحصل منه ٤٨ أجزاء من عشرة فاذا طرح من ٥٠ أجزاء من عشرة يبقى ٢ أجزاء من عشرة يحول الى أجزاء من مائة ثم نقول ثمن العشرين جزأ من مائة هو ٢ من مائة وحاصل ضرب ٨ فى ٢ أجزاء من مائة يتحصل منه ١٦ أجزاء من مائة وبطرحه من ٢٠ جزأ من مائة يبقى ٤ أجزاء من مائة يحول الى أجزاء من ألف وهكذا

ويكون خارج القسمة الحقيقى هو ٠٫٦٢٥ واذن فيكون $\frac{٥}{٨}$ = ٠٫٦٢٥

الحالة الثالثة ــ أن يكون المطلوب تحويل الكسر $\frac{٥}{٧}$ الى كسر أعشارى

٥٠	٧
١٠	٠٫٧١٤٢٨٥٧١٤٢٨٥٠٠٠٠٠٠
٣٠	
٢٠	
٦٠	
٤٠	
٥٠	
١٠	
٣٠	

نقول حيث ان الكسر $\frac{٥}{٧}$ هو عبارة عن خارج قسمة ٥ على ٧ فيقوم خارج القسمة بالاجزاء الاعشارية كما سبق لكنه يشاهد بعد عملية القسمة السادسة أن البواقى السابقة قد أخذت فى عود الظهور على التعاقب بدون انقطاع ويكون خارج القسمة كسرا دوريا (٢٥٧)

(٢٦٥) اذا قارنا الجزء الاول الدورى ٠٫٧١٤٢٨٥ بالكسر $\frac{٥}{٨}$ أو بخارج القسمة الحقيقى نرى أنه ينقص عنه بكسر أقل من واحد مليون ثم اذا قارنا الجزئين الاولين الدوريين ٠٫٧١٤٢٨٥٧١٤٢٨٥ بخارج القسمة الحقيقى نرى أيضا أن مقدارهما الاعشارى ينقص عنه بكسر أقل من واحد تريليون غير أن هذا الفرق الثانى يقل بكثير عن الاول ولو قارنا الاجزاء الثلاثة الدورية الاول بخارج القسمة الحقيقى نرى أن قيمتها الاعشارية وان كانت تنقص عن القيمة الحقيقية لخارج القسمة غير أن الفرق بينهما أقل بكثير عن الفرق الثانى وهكذا وحينئذ فمهما كان عدد الاجزاء الدورية التى يمكن اعتبارها فان قيمتها الاعشارية لا يمكن أن تكون مكافئة للكسر الاعتيادى $\frac{٥}{٨}$ الا أنه كلما زيد فى عدد الاجزاء الدورية فان قيمتها الاعشارية تأخذ فى القرب شيأ فشيأ من قيمة الكسر الاعتيادى بمعنى أن الفرق يأخذ فى التناقص شيأ فشيأ وبناء عليه فتكون القيمة الحقيقية لخارج القسمة هى نهاية المقادير المختلفة المتزايدة المتحصلة من أخذ عدد متزايد الى غير نهاية من الاجزاء الدورية

(٢٦٦) تنبيه ــ ينتج من المثالين السابقين أن بعض الكسور الاعتيادية يمكن تحويلها الى كسور أعشارية مكافئة لها فى القيمة وأن البعض الآخر غير ذلك ولذا يجب البحث عن الشروط الضرورية والكافية لمعرفة امكان التحويل

(٢٦٧) القاعدة الاولى ـ يجب ويكفي لامكان تحويل أي كسر اعتيادي الى كسر أعشاري يكافئه أن لا يشتمل مقامه على عوامل أولية غير العاملين ٢ و ٥

وذلك لان تحويل الكسر الاعتيادي الى كسر أعشاري يستلزم وضع صفر على يمين البسط وعلى يمين كل باق يحدث في عملية القسمة وهذا هو عبارة عن ضرب بسط الكسر في واحد متبوع بأصفار وقسمة الحاصل على المقام

ففي عملية تحويل الكسر $\frac{٥}{٨}$ الى كسر أعشاري قد قسم في الحقيقة عدد ٥٠٠٠ على ٨ وحيث ان عدد ١٠ = ٢ × ٥ وأن أي قوة لعدد ١٠ لا تحتوي على عوامل أولية خلاف ٢ و ٥ فاذا كان الكسر أصما أي غير قابل للاختصار (وهو شرط يتأتى الوصول اليه دائما) فان البسط لا يحتوي مطلقا على عوامل أولية من عوامل المقام وحيث انه لم يدخل أيضا في البسط من عملية الضرب خلاف العاملين ٢ و ٥ فيجب اذن أن لا يحتوي المقام على غير هذين العاملين ليتأتى تحويل الكسر المفروض الى كسر أعشاري منته

وغير ذلك فان هذا الشرط كاف لانه يمكن دائما وضع أصفار كافية على يمين البسط حتى يشتمل على جميع ما يمكن وجوده في المقام من العاملين ٢ و ٥

فاذا كان المقام مساويا مثلا $٢^{٤} \times ٥$ فانه يكفي وضع أربعة أصفار على يمين البسط

(٢٦٨) تنبيه ـ الكسر الاعشاري المكافئ لكسر اعتيادي غير قابل للاختصار ولا يحتوي مقامه على غير العاملين ٢ و ٥ يشتمل دائما على أرقام أعشارية بقدر الوحدات الموجودة في أعلى أس من أسي العاملين ٢ و ٥ الداخلين في المقام

فاذا فرض أن الكسر الاصم المعلوم هو $\frac{١١}{٨٠} = \frac{١١}{٢^{٤} \times ٥}$ فان قسمة البسط على المقام تنتهي بعد أن نستعمل أربعة أصفار وحيث ان استعمال كل صفر يستلزم وجود رقم في خارج القسمة فيحتوي اذن خارج القسمة على أربعة أرقام أعشارية كما ترى

$$\frac{١١}{٨٠} = ٠{,}١٣٧٥$$

(٢٦٩) القاعدة الثانية ـ كل كسر اعتيادي لا يتأتى تحويله الى كسر أعشاري منته يكافئه فانه يتوصل دائما من قسمة بسطه على مقامه الى خارج قسمة أعشاري دوري ويكون عدد أرقام الدور فيه مساويا في النهاية العظمى لعدد الوحدات المشتمل عليها المقام الا واحدا

فاذا فرض أن الكسر الاعتيادي المراد تحويله الى كسر أعشاري هو $\frac{٥}{٧}$ فمن حيث ان مقامه لا يحتوي على العاملين ٢ و ٥ فان قسمة ٥ على ٧ تمتد الى غير نهاية

وحيث ان كل عمليـة جزئية يتحصـل منها باق يكون دائما أقل من عدد ٧ فلا يمكن اذن أن يتحصل على أكثر من ستة بواقى مختلفة أى على (٧ — ١) دون أن يتجـدد ظهور أحدها وحينئذ يكون باقى العملية السادسـة هو ٥ وهو البسط نفسه ثم اذا أردنا الاستمرار فى العمل فانا نضطر لوضع صفر على عين رقم ٥ وبذلك يتحصـل عين المقسوم الاول ٥٠ وبقسمته على المقسوم عليه يتحصل أيضا عين خارج القسمة السابق ٧ وعين الباقى الاول واحد ومع توالى العمـل يتجـدد ظهور عين البواقى وعين أرقام خارج القسمة بدون انقطاع على ترتيب واحد وبذلك يكون خارج القسمة كسرا دوريا

(٢٧٠) تنبيـــه ـ لا يتأتى دائما أن يكون عدد أرقام الدور بقدر عدد وحدات المقسوم عليه الا واحدا كما ذكر ذلك فى المثال المتقدم لانه اذا أريد تحويل الكسر $\frac{٢}{٣}$ الى كسر أعشارى نجد أن $\frac{٢}{٣}$ = ٠,٦٦٦٦ أعنى أن الجزء الدورى فيه لا يشتمل الا على رقم واحد وكذا اذا أريد تحويل الكسر $\frac{٣}{١١}$ الى كسر أعشارى فانه يتحصل $\frac{٣}{١١}$ = ٠,٢٧٢٧٢٧٠٠٠٠٠ أى لا يحتوى الجزء الدورى فيه الا على رقمين فقط وان كان مقام الكسر ١١ وهكذا

(٢٧١) الكسر الدورى نوعان بسيط ومركب فالكسر الدورى البسيط هو الذى يبتدأ فيه أرقام الدور عقب فاصـل الاعشار مباشرة أما الكسر الدورى المركب فهو الذى لا يبتدأ الدور فيه عقب الفاصل مباشرة بل يكون بين الرقم الاول من الدور وبين فاصل الاعشار رقم أو رقمان أو جملة أرقام كما فى هذين المثالين

$\frac{٩}{١٢}$ = ٠,٨٦٣٦٣٦٣٠٠٠٠٠٠٠٠٠

$\frac{١١٣}{١٤٨}$ = ٠,٧٦٣٥١٣٥١٣٥١٠٠٠٠٠٠٠٠٠

(فى تحويل الكسور الاعشارية الى كسور اعتيادية)

(٢٧٢) الحالة الاولى ـ ليكن المطلوب تحويل الكسر الاعشارى ٠,٦٢٥ الى كسر اعتيادى نقول انه بمقتضى ماتقدم (بنمرة ٢٣٤) يكون ٠,٦٢٥ = $\frac{٦٢٥}{١٠٠٠}$

ثم اذا اختصرنا هذا الكسر بأن حولناه الى أدق حديه رقما بواسطة قسمة حديه على ١٢٥ يحدث $\frac{٦٢٥}{١٠٠٠}$ = $\frac{٥}{٨}$

(٢٧٣) الحالة الثانية ـ ليكن المطلوب ايجاد الكسر الاعتيادى المولد للكسر الاعشارى الدورى البسيط ٠,٢٧٢٧٢٧٠٠٠٠٠٠ نقول

انالو رمزنا لاجل الاختصار فى الكتابة لمقدار الكسر الاعتيادى المطلوب بحرف مّا وليكن س مثلا تحصل ضرورة

$$س = ٠٫٢٧\ ٢٧\ ٢٧\ ٢٧\cdots\cdots$$

ثم اذا رمزنا لجزء معين من الكسر الاعشارى الدورى مؤلف من الجزء الدورى أربع مرات بالرمز $س_{٤}$ (يتلفظ بها س تحتها أربعة) يكون

$$س_{٤} = ٠٫٢٧\ ٢٧\ ٢٧\ ٢٧ \qquad (١)$$

فاذا ضربنا طرفى هذه المتساوية فى ١٠٠ أى فى واحد متبوع بأصفار بقدر عدد أرقام الدور يحدث

$$١٠٠\ س_{٤} = ٢٧٫٢٧\ ٢٧\ ٢٧ \qquad (٢)$$

ثم اذا طرحنا طرفى متساوية (١) من طرفى متساوية (٢) بملاحظة عدم اجراء الطرح المعتاد بل بواسطة طرح كل جزء دورى من نظيره المتحد معه فى الرتبة أى بطرح ٠٫٢٧ من ٠٫٢٧ و ٠٫٠٠٢٧ من ٠٫٠٠٢٧ و ٠٫٠٠٠٠٢٧ من ٠٫٠٠٠٠٢٧ فانه لم يبق بعد هذه الطروح الا طرح الجزء الدورى الاخير ٠٫٠٠٠٠٠٠٢٧ من المتساوية (١) من الجزء الصحيح ٢٧ من المتساوية (٢) ويحدث

$$٩٩\ س_{٤} = ٢٧ - ٠٫٠٠٠٠٠٠٢٧ \quad \text{أو} \quad ٩٩\ س_{٤} = ٢٧ - \frac{٢٧}{١٠٠٠٠٠٠٠٠}$$

$$\text{أو} \quad ٩٩\ س_{٤} = ٢٧ - \frac{٢٧}{١٠٠^{٤}}$$

وبقسمة الطرفين على ٩٩ يحدث

$$س_{٤} = \frac{٢٧}{٩٩} - \frac{٢٧}{٩٩ \times ١٠٠^{٤}}$$

قد تحصل هذا المقدار بناء على اعتبارنا أخذ أربع مرات الجزء الدورى فقط فلو كنا أخذنا الجزء الدورى خمس مرات لكان تحصل ضرورة

$$س_{٥} = \frac{٢٧}{٩٩} - \frac{٢٧}{٩٩ \times ١٠٠^{٥}}$$

ولو كنا أخذنا الجزء الدورى ست مرات لتحصل $س_{٦} = \frac{٢٧}{٩٩} - \frac{٢٧}{٩٩ \times ١٠٠^{٦}}$ وهكذا

وعلى العموم لو رمزنا بحرف م لعدد مرات الجزء الدورى المأخوذة فانه يتحصل

$$س_{م} = \frac{٢٧}{٢٩} - \frac{٢٧}{٩٩ \times ١٠٠^{م}}$$

ومن هذا القانون الاخير يشاهد أنه كلما كبر العدد المدلول عليه بالحرف م أى كلما زاد عدد مرات الجزء الدورى التى تؤخذ فان مقام كسر المطروح وهو $\frac{٢٧}{١٠٠^م \times ٩٩}$ يأخذ فى الكبر أيضا وبناء عليه فيأخذ الكسر المذكور فى الصغر فاذا زاد م الى غير نهاية فان الكسر يصغر أيضا الى غير نهاية ويقرب من الصفر فاذا بلغ الكسر نهايته فى الصغر أى وصل الصفر فان $س_م$ يبلغ نهايته أيضا ويحدث نهاية $س_م$ أو $س = \frac{٢٧}{٩٩}$

وللتحقق من هذا المقدار يحول الكسر $\frac{٢٧}{٩٩}$ الى كسر أعشارى فيتحصل

$$\frac{٢٧}{٩٩} = \frac{٣}{١١} = ٠،٢٧٢٧٢٧٢٧......$$

يؤخذ من المقدار المتقدم للكسر الدورى البسيط هذه القاعدة وهى

(٢٧٤) الكسر الاعتيادى المولد لاى كسر أعشارى دورى بسيط يكون بسطه هو الجزء الدورى ومقامه مركب من تسعات بقدر عدد الارقام الدورية

(٢٧٥) الحالة الثالثة ــ ليكن المطلوب ايجاد الكسر الاعتيادى المولد للكسر الاعشارى الدورى المركب ٠،٢٣ ٥٨٤ ٥٨٤ ٥٨٤ ٥٨٤ نقول

اذا اخترنا هنا عين الاتفاق والرمز المتقدم بالنمرة السابقة يحدث

$$س_٤ = ٠،٢٣\ ٥٨٤\ ٥٨٤\ ٥٨٤\ ٥٨٤$$

فاذا ضربنا طرفى هذه المتساوية على التعاقب أولا فى ١٠٠٠٠٠ وثانيا فى ١٠٠ أى أولا فى واحد متبوع بأصفار بحيث ينتقل فاصل الاعشار على يمين أرقام الجزء الدورى الاول وثانيا فى واحد متبوع بأصفار بحيث ينتقل فاصل الاعشار على يمين الجزء الغير الدورى يحـــدث

أولا $١٠٠٠٠٠\ س_٤ = ٢٣٥٨٤،٥٨٤\ ٥٨٤\ ٥٨٤$

ثانيا $١٠٠\ س_٤ = ٢٣،٥٨٤\ ٥٨٤\ ٥٨٤\ ٥٨٤$

وبطرح المتساوية الثانية من الاولى بعين الطريقة التى اتبعت فى النمرة السابقة يتحصل

$$٩٩٩٠٠\ س_٤ = ٢٣٥٨٤ - ٢٣ - \frac{٥٨٤}{١٠٠٠^٤} \quad \text{أو}$$

$$س_٤ = \frac{٢٣٥٨٤ - ٢٣}{٩٩٩٠٠} - \frac{٥٨٤}{١٠٠٠^٤ \times ٩٩٠٠٠}$$

وعلى العموم اذا كان عدد مرات الجزء الدورى المأخوذ مرموزا له بحرف م يحدث

$$\frac{س}{م} = \frac{٢٣ - ٢٣٥٨٤}{٩٩٩٠٠} - \frac{٥٨٤}{٩٩٩٠٠ \times ١٠٠^{م}}$$

فيشاهد من هذا القانون أنه كلما ازداد م وهو عدد الاجزاء الدورية فان مقام كسر المطروح $\frac{٥٨٤}{٩٩٩٠٠ \times ١٠٠^{م}}$ يزداد كبرا وبناء عليه فيزداد الكسر المذكور صغرا بحيث انه اذا ازاد م الى غير نهاية قرب كسر المطروح من الصفر ويأخذ اذن $\frac{س}{م}$ مقداره النهائى ويحدث

$$\text{نهاية } \frac{س}{م} \text{ أو } س = \frac{٢٣ - ٢٣٥٨٤}{٩٩٩٠٠} = \frac{٢٣٥٦١}{٩٩٩٠٠}$$

ولتحقيق هذا المقدار يحول الى كسر أعشارى ويحدث

$$\frac{٢٣٥٦١}{٩٩٩٠٠} = ٠٫٢٣ \ ٥٨٤ \ ٥٨٤ \ ٥٨٤$$

ومما ذكر تستنتج هذه القاعدة

(٢٧٦) الكسر الاعتيادى المولد لكسر دائر مركب يكون بسطه مؤلفا من الجزء الدائر والغير الدائر معا منقوصا منه الجزء الغير الدائر ومقامه تسعات بقدر عدد أرقام الجزء الدائر متبوعة بأصفار بقدر عدد أرقام الجزء الغير الدائر

(٢٧٧) تنبيه ١ – اذا كان الكسر الدورى (بسيطا كان أو مركبا) مصحوبا بعدد صحيح فان هذا العدد الصحيح يكون وحده جزأ غير دورى فى البسيط ويكون فى المركب ضمن الجزء الغير الدورى وهذا فى تكوين البسط أما المقام فانه لم يحصل فيه تغيير كما تقدم ذكره

ولنوضح ذلك بالمثالين الآتيين

الاول
$$٣٫٢٧٢٧٢٧٢٧٠٠٠٠٠ = ٣ + \frac{٢٧}{٩٩} = \frac{٢٧ + (١ - ١٠٠)٣}{٩٩}$$
$$= \frac{٣٠٠ - ٣ + ٢٧}{٩٩} = \frac{٣٢٧ - ٣}{٩٩} = \frac{٣٢٤}{٩٩}$$

الثانى
$$٦٫٢٣ \ ٥٨٤ \ ٥٨٤ \ ٥٨٤٠٠٠٠٠٠ = ٦ + \frac{٢٣ - ٢٣٥٨٤}{٩٩٩٠٠}$$
$$= \frac{٦(١٠٠٠٠٠ - ١٠٠) + ٢٣٥٨٤ - ٢٣}{٩٩٩٠٠} = \frac{٦٢٣٥٨٤ - ٦٢٣}{٩٩٩٠٠} = \frac{٦٢٢٩٦١}{٩٩٩٠٠}$$

(٢٧٨) تنبيه ٢ – لا يمكن أن يكون بسط الكسر الاعتيادى المكافئ كسرا دوريا مركبا منتهيا من جهة اليمين بصفر وللبرهنة على ذلك نقول

من المعلوم أنه لا يتأتى أن يكون رقم آحاد بسط الكسر الاعتيادى المكافئ للكسر الدورى المركب صفرا الا اذا كان الرقم الاول من الجزء الغير الدورى مساويا للرقم الاول من الجزء الدورى وان حصل ذلك لزم أن يكون الابتداء بالجزء الدورى بهذا الرقم خطأ وبذلك يكون تطبيق القاعدة وقع على غير الصواب

ولتوضيح ذلك نقول انا قد تحصلنا على الكسر الاعتيادى $\frac{٢٣٥٨٤ - ٢٣}{٩٩٩٠٠}$ المولد للكسر الدورى ٠,٢٣٥٨٤ ٥٨٤ ٥٨٤٠٠٠٠ فلاجل أن يكون البسط منتهيا بصفر يلزم اما أن يكون الرقم الاول ٣ من الجزء الغير الدورى ٢٣ مساويا للرقم الاول ٤ من العــدد ٢٣٥٨٤ واما أن يكون الرقم الاول ٤ من العدد ٢٣٥٨٤ مساويا لرقم ٣ ففى الحالة الاولى يجب أن يكون الكسر المفروض هو ٠,٢٤٥٨٤٥٨٤ ويكون جزؤه الدورى هو ٤٥٨ لا ٥٨٤ أى أن الجزء الدورى يبتدأ من الرقم الثانى من الكسر الاعشارى لا من رقمه الثالث وفى الحالة الثانية يجب أن يكون الكسر المفروض هو ٠,٢٣٥٨٣٥٨٣٥٨٣ وبذلك يكون جزؤه الدورى هو ٣٥٨ أى يبتدأ أيضا بالرقم الثانى الاعشارى له لا برقمه الثالث ويكون الجزء الغير الدورى رقما واحدا لا رقمين

(٢٧٩) تنبيه ٣ ـ الكسر الدورى البسيط يتولد دائما من كل كسر اعتيادى غير قابل للاختصار ولا يحتوى مقامه على أى عامل من عاملى ٢ و ٥

وذلك لان الكسر الدائر البسيط يكافئ دائما كسرا اعتياديا لا يتألف مقامه الا من تسعات وبناء عليه فلا يحتوى على أى واحد من العاملين ٢ و ٥ حتى بعد اختصاره الى أدق حديه

(٢٨٠) تنبيه ٤ ـ الكسر الدورى المركب يتولد دائما من كل كسر اعتيادى غير قابل للاختصار يحتوى مقامه على أحد العاملين ٢ و ٥ أو على كليهما معا مع عوامل أخرى وزيادة على ذلك تكون عدد أرقام الدور فيه مساوية دائما الاعلى أس لعامل ٢ أو لعامل ٥ الداخل فى مقام الكسر الاعتيادى

وذلك لان الكسر الدورى المركب يكافئ كسرا اعتياديا مقامه منته بصــفر أو بعدة أصــفار (٢٧٦) أما بسطه فلا يمكن أن يكون منتهيا بصفر (٢٧٨) وحينئذ فيمكن أن يوجد بين حدى الكسر عامل أو عدة عوامل مشتركة مساوية اما الى ٢ فقط أو الى ٥ فقط ولا يمكن أن يشترك بينهــما العاملان ٢ و ٥ معا لان ذلك يســتلزم وجود العامل ١٠ مشتركا بينهــما وهو محال (٢٧٨) وحينئذ فبعد اختصار الكسر الى أدق حديه يجب أن يبقى فى المقــام اما نوع العامل ٢ وحده أو نوع العامل ٥ كذلك أو يبقيان معا فيه

ويشاهد زيادة على ذلك أن عدد عوامل ٢ أو عدد عوامل ٥ التى تبقى فى المقام يكون مساويا لعدد الاصــفار التى كانت موجودة من قبل الاختصار على عين المقام أى يكون مســاويا لعدد الارقام الغير الدورية من الكسر الاعشارى

انا وان كنا التزمنا بأن نأتى عقب كل باب ببعض مسائل تطبيقية وأخرى تمرينية يطلب حلها لكنه لما كانت المسائل التى يمكن ايرادها على الكسور الاعشارية لاتختلف بشئ ما عن المسائل التى توضع تطبيقا للاعداد الصحيحة الا فى المقادير فقط ناسب الاكتفاء هنا على الاتيان ببعض أسئلة تمرينية

الفصل الرابع

(تمرينات)

(١) المطلوب معرفة قبل اجراء الاعمال ماذا كان يمكن تحويل الكسور الاعتيادية $\frac{٨٣}{٤٠٠}$ و $\frac{١٢٧}{١٦٠}$ و $\frac{١٩٣}{٢٥٠٠}$ الى كسور أعشارية منتهية أم لا وما مقدار عدد أرقام خارج القسمة الاعشارية فى حالة الامكان

(٢) المطلوب معرفة قبل اجراء الاعمال ماذا كان يمكن تحويل الكسور الاعتيادية $\frac{١٦٧}{٢٥٢}$ و $\frac{٨٢٤}{٢٣٣١}$ الى كسور أعشارية منتهية أم لا وما نوع الكسر الدورى اذا كان تحويلها الى كسور أعشارية منتهية غير ممكن وما عدد أرقام غير الدور فيما اذا كان يتحصل من تحويلها كسرا دائرا مركبا

(٣) المطلوب تحويل الكسور الاعشارية ٠ر٣٣٢ و ٠ر٦٢٤ و ٠ر٣٥٥ و ٠ر٤٥ و ٠ر١٦٤٨ الى كسور اعتيادية واختصار النواتج

(٤) المطلوب تحويل الكسور الاعشارية ..... ٠ر٢٧٢٧٢٧٠٠٠٠ و ..... ٠ر٣٦٣٦٣٦٠٠٠٠ و ..... ٠ر٦٣٦٣٦٣٠٠٠ و ..... ٠ر٤٥٢٥٢٥٢٠٠٠٠ الى كسور اعتيادية واختصار النواتج

(٥) المطلوب البرهنة على أن باقى طرح كسرين أعشاريين دوريين بسيطين من بعضهما يكون دائما كسرا أعشاريا دوريا بسيطا

(تم الجزء الاول ويليه الجزء الثانى وأوله الباب الاول فى المقاييس)

فهرست

الجـــــزء الاول

من كتاب تحفة الطـــلاب

فى علم الحساب

صحيفة

صحيفة

(تمت الفهرست)

فهرسة

الجزء الثانى

(من كتاب تحفة الطلاب فى علم الحساب)

صحيفة

صحيفة

صحيفة

(تمت الفهرست)

الجـــزء الثـــانى

من

تحفـة الطلاب فى علم الحسـاب

تأليف

حضرة احمـد بك نظيم

ناظـــر المدرســـة الخـــديوية

وهو مقـــرر الســـنة الثانية من التعـــليم التجهـــيزى

قررت نظارة المعارف العموميـــة بتاريخ ٢٩ دسمبر ســـنة ١٨٩٢ نمرة ٢٩٢
لزوم طبع هذا الجزء على نفقتها وتدريسه بالمدارس الاميرية

(الطبعة الاولى)

بالمطبعة الكبرى الاميرية ببولاق مصر المحميـــة

ســـــنة ١٨٩٣

افرنجيه



بسم الله الرحمن الرحيم

الباب الاول

(فى المقاييس)

(٢٨١) قياس الشئ هو مقارنته بشئ آخر من نوعه معلوم المقدار يسمى الوحدة فاذا أردنا قياس طول ثوب من القماش نأخذ طولا ما كالذراع مثلا ونقارنه به بان نبحث عن عدد مرات احتواء طول الثوب على طول الذراع فاذا احتوى عليه عشر مرات مثلا يقال ان طول الثوب عشرة أذرع

وكما يمكن البحث عن معرفة طول ثوب يمكن أيضا البحث عن مساحة قطعة أرض أو جزء من بناء أو مقدار كومة من الحبوب أو غيره فمن ذلك يعلم تعدد الاشياء التى يراد تقديرها وهى تستلزم ضرورة تعداد الوحدات لكنا نقتصر على ذكر المتعلق منها بالاطوال والسطوح والاحجام والمكاييل والوزن والزمن والنقود

ومن المعلوم ان أغلب المقاييس ليست واحدة فى جميع البلدان وأن الوقوف عليها جميعا على اختلافها فيه اطالة وصعوبة فلذا لم نذكر هنا الا الاقيسة المتداولة بمصر الآن قديمة كانت أوحديثة

الفصل الاول

(فى المقاييس القديمة المستعملة الى الآن بمصر)

(٢٨٢) مقاييس الاطوال والسطوح والاحجام والحبوب والوزن القديمة المستعملة الى الآن بمصر يمكن استنباطها من مقاييس قدماء المصريين بان يجعل الشبر أساسا لها وهو جزء من ألف جزء من ضلع قاعدة هرم الجيزة الاكبر

المبحث الاول

(فى مقـاييس الاطـــــوال)

(٢٨٣) مقاييس الاطوال هى

(١) الذراع البلدى وطوله بالشـبر ٢٫٥ يسـتعمل لقياس الاقمشـة البياض والحصر وله مضاعفات هى

أولا ـ الفرسخ البرى وطوله ٧٦٦٢٫٨٣ ذراعا بلديا يسـتعمل لقياس المسافات البرية

ثانيا ـ الفرسخ البحرى وطوله ٩٥٧٨٫٣٦ ذراعا بلديا يستعمل لقياس المسافات البحرية

ثالثا ـ الميل وهو ثلث الفرسخ فان كان الفرسخ بريا سمى الميل بريا وان كان بحريا سمى الميـــل كذلك

(٢) والذراع الاسلامبولى وطوله بالشبر ٢٫٩ يقـاس به الحرير والصوف والجوخ

(٣) والهنداسة وطولها بالشبر ٢٫٨ يقـاس بها الشيت

(٤) والذراع الشرعى أو ذراع الغزل وطوله بالشـبر ٢٫١٣٥ تقـدر به المسافات الشرعية ويستعمل أيضا فى تقدير الغزل

والهذا الذراع مضاعفات هى

أولا ـ الميل الشرعى أو العربى وطوله ٤٠٠٠ ذراعا شرعيا

ثانيـا ـ الفرسخ الشرعى وطوله ثلاثة أميال شرعية أو ١٢٠٠٠ ذراعا شرعيا

ثالثا ـ البريد وطوله أربعة فراسخ أو اثناعشر ميلا شرعيا أو ٤٨٠٠٠ ذراعا شرعيا

(٥) والذراع المعمارى وطوله بالشـبر ٣٫٢٤ تقـدر به الابنيـة والاراضى المقتضى اقامة أبنية عليها

ولهذا الذراع أجزاء ومضاعفات

فاجزاؤه هى

أولا ـ القبضة وهى سدس الذراع المعمـارى

ثانيا ـ الاصبع وهو ربع القبضة أو هو $\frac{1}{24}$ من الذراع المعمـارى

ثالثا ـ حبة الشـعير وهى سدس الاصبع أوهى $\frac{1}{24}$ من القبضة أوهى $\frac{1}{144}$ من الذراع المعمـارى

ومضاعفاته هى

أولا ـ الباع وهو أربعة أذرع معمارية

ثانيا ـ القصبة وهى تعادل $\frac{٧١}{١٥}$ ذراعا معماريا

ثالثا ـ الميل الهاشمى وهو يعادل ١٠٠٠ ذراع معمارى

رابعا ـ الفرسخ الهاشمى وهو يعادل ثلاثة أميال هاشمية أو يعادل ٣٠٠٠ ذراع معمارى

(٦) والذراع النيلى وطوله بالشبر ٢٫٣٣ يقاس به زيادة نهر النيل ونقصه

المبحث الثانى

(فى مقاييس السطوح)

(٢٨٤) المقاييس المستعملة لتقدير السطوح هى

(١) القصبة المربعة وهى مربع طول كل ضلع من أضلاعه قصبة تستعمل لقياس الاراضى

(٢) الذراع المعمارى المربع يستعمل لقياس أراضى الابنية والمسطحات المتعلقة بها مثل البياض والتباليط وغيره

(٣) الفدان المصرى يعادل ٣٣٣٫٣٣ قصبة مربعة أو أن كل ثلاثة أفدنة تعادل ١٠٠٠ قصبة مربعة ويستعمل لتقدير الاراضى المتسعة

وأجزاء الفدان هى

أولا ـ نصف الفدان

ثانيا ـ القيراط الكامل وهو $\frac{١}{٢٤}$ من الفدان ونصفه يعادل $\frac{١}{٤٨}$ من الفدان

ثالثا ـ الحبة وهى ثلث القيراط أوهى $\frac{١}{٧٢}$ من الفدان

رابعا ـ الدانق وهو نصف الحبة أوهو $\frac{١}{١٤٤}$ من الفدان

خامسا ـ السهم وهو ربع الدانق أوهو $\frac{١}{٥٧٦}$ من الفدان

سادسا ـ السحتوت وهو $\frac{١}{٢٤}$ من السهم أوهو $\frac{١}{١٣٨٢٤}$ من الفدان

المبحث الثالث

(فى قياس الاجسام)

(٢٨٥) يستعمل وحدتان لقياس الاجسام وهما الذراع المعمارى المكعب والقصبة المكعبة فالذراع المعمارى المكعب هو مكعب طول كل حرف من أحرفه ذراع معمارى وتقاس به الابنية

والقصـبة المكعبة هى مكعب طول كل حرف من أحرفه قصـبة ويقاس بها الاتربة المكعبة الخاصة بالحفر والردم

المبحث الرابع
(فى مقاييس الحبوب أو المكاييل)

(٢٨٦) الذراع البلدى هو أساس المكاييل المصرية فالذراع البلدى المكعب يسع أردبا مصريا ووحدة مكاييل الحبوب هو القدح وله أجزاء ومضاعفات فأجزاؤه هى

أولا ـ نصف القدح

ثانيا ـ الربعة وهى ربع القدح

ثالثا ـ الثمنة وهى ثمن القدح

رابعا ـ الخروبة وهى نصف الثمنة أو هى $\frac{1}{16}$ من القدح

خامسا ـ القيراط وهو نصف الخروبة أو هو $\frac{1}{32}$ من القدح

ومضاعفاته هى

أولا ـ الملوه وتعادل قدحين

ثانيا ـ الربع ويعادل ملوتين أو أربعة أقداح

ثالثا ـ الكيلة وتعادل ربعين أو ثمانية أقداح

رابعا ـ الويبة وتعادل كيلتين أو ١٦ قدحا

خامسا ـ الاردب ويعادل ست ويبات أو ٩٦ قدحا

(٢٨٧) تنبيه ـ وليست هذه المكاييل متضاعفة أو متناقصة عن بعضها فى الحجم فى حد ذاتها بل كيات الحبوب التى تملأ ها هى التى تتضاعف أو تتناقص بالتحرير وأن المصريين يحسبون فى عمل مكاييلهم حساب تضاغط الحبوب بوضعها فى المكيال وأن هذا الضغط يكون بالنسـبة لكمية الحبوب المحتوى عليها المكيال وأن يكون أقوى فى المكاييل الكبيرة منـه فى الصغيرة ولذا كان المكيال المجوز يسع غلة أكثر من مكيالين قدر نصفه مفردين

ثم ان المكاييل المصرية هى على شكل مخروط ناقص ويوضـع الحب فيها بلطف بدون دك ولا تحريك للمكيال ولا يكتفى بملء حجم فراغه بل يلزم وضع الحبوب على بعضها فوقه حتى انها بتضاعفها وتماسكها الطبيعى تكون مخروطا ارتفاعه غاية امكان وقوف الحب باعلاه فاذن سعة كل مكيال تكون مركبة من جزئين أحدهما حجم فراغه المعلوم والآخر حجم المخروط الذى فوقه المسند بثقله الطبيعى على آلة الكيل

المبحث الخامس
(فى المـــــوازين)

(٢٨٨) وحدة الموازين القديمة المستعملة الى الآن بمصر هى الدرهم وهو جزء من أربعة وستين ألف جزء من ثقل ذراع بلدى مكعب من الماء المقطر (على درجة ٤ فوق الصفر) أوهو جزء من ألف من ثقل مكعب ماء مقطر (على درجة ٤ فوق الصفر) ضلعه ربع ذراع بلدى وله أجزاء ومضاعفات فأجزاؤه هى

أولا ــ القيراط وهو يعادل $\frac{1}{16}$ من الدرهم
ثانيا ــ القمحة وهى ربع قيراط أو تعادل $\frac{1}{64}$ من الدرهم

ومضاعفاته هى

أولا ــ المثقال ويعال $\frac{3}{2}$ درهما أو ١٫٥ درهم
ثانيا ــ الوقية وتعادل ثمانية مثاقيل أو ١٢ درهما
ثالثا ــ الرطل ويعادل ١٢ وقية أو ٩٦ مثقالا أو ١٤٤ درهما
رابعا ــ الاوقه وتعادل ٣٣٫٣٣ أوقية أو ٤٠٠ درهم
خامسا ــ القنطار ويعادل مائة رطل أو ١٤٤٠٠ درهم أو ٣٦ أوقه

المبحث السادس
(فى الزمـــن)

(٢٨٩) يمكن اعتبار اليوم وحدة للزمن ومدته مابين شروق الشمس الى الشروق التالى وله أجزاء ومضاعفات فأجزاؤه هى

أولا ــ الساعة وهى $\frac{1}{24}$ من اليوم
ثانيا ــ الدقيقة وهى $\frac{1}{60}$ من الساعة أوهى $\frac{1}{1440}$ من اليوم
ثالثا ــ الثانية وهى $\frac{1}{60}$ من الدقيقة أوهى $\frac{1}{86400}$ من اليوم
رابعا ــ الثالثة وهى $\frac{1}{60}$ من الثانية أوهى $\frac{1}{5184000}$ من اليوم وهكذا

ومضاعفاته هى

أولا ــ الاسبوع وهو يعادل سبعة أيام
ثانيا ــ الشهر القمرى وهو يعادل ٣٠ يوما أو ٢٩ يوما
ثالثا ــ السنة القمرية وهى تعادل ١٢ شهرا قمريا
رابعا ــ القرن وهو يعادل ١٠٠ سنة

وهاك جدولا مشتملا على أسماء الاشهر العربية المسماة بالقمرية وعدد أيامها

أسماء الشهور	عدد الايام	أسماء الشهور	عدد الايام
محرم	٣٠	رجب	٣٠
صفر	٢٩	شعبان	٢٩
ربيع الاول	٣٠	رمضان	٣٠
ربيع الثانى	٢٩	شوال	٢٩
جمادى الاولى	٣٠	ذوا القعدة	٣٠
جمادى الثانية	٢٩	ذوا الحجة	٢٩ أو ٣٠

فعلى هذا يكون عدد أيام السنة القمرية اما ٣٥٤ يوما أو ٣٥٥ يوما وذلك على حسب كون شهر ذى الحجه ٢٩ يوما أو ٣٠ يوما وتسمى السنة فى الحالة الاولى بسيطة وفى الثانية كبيسة

المبحث السابع

(فى النقـــــود)

(٢٩٠) وحدة النقود التى كانت متداولة بمصر قبل استعمال النقود الجديدة هو القرش وهو قطعة من فضة تزن ٠٫٤ درهم وعيارها ٠٫٧٥٠ (أى انها مركبة من ٠٫٧٥٠ من الفضة الخالصة ومن ٠٫٢٥٠ من النحاس لتكون صلبة) وينقسم القرش الى ٤٠ باره والبارة الى ١٠ جدد

(٢٩١) حيث ان مضاعفات القرش بعضها من القطع الفضية التى بطل تداولها وبعضها من القطع الذهبية وهى مشتركة بين النقود القديمة والحديثة ناسب عدم ذكر شئ من ذلك هنا انما من حيث ان العلامات التى كانت مستعملة من قبل للدلالة على القروش والبارات والجدد لا زالت الى الآن مستعملة عند كثير من الناس ناسب أن نذكرها فنقول

يستدل على نوع القروش بوضع هذه العلامة ـــــــ فوقه ويستدل على نوع البارات بوضع هذه العلامة — فوقه ويستدل على الجدد بوضع هذه العلامة جـ فوقه بحيث انه اذا أريد كتابة مقدار من النقود مؤلف من ٢٥ غرشا وسبعة عشر باره وثمانية جدد وضع هكذا

ـــــــ — جـ
٢٥ ١٧ ٨

(٢٩٢) وأما النقود الجديدة التى تقرر استعمالها بدل النقود القديمة بمقتضى أمر عال تاريخه ٧ صفر سنة ١٣٠٣ فان وحدتها هو الجنيه المصرى وينقسم الى مائة غرش والقرش الى عشرة أعشار فعلى هذا يكون الجنيه المصرى مشتملا على ألف عشر من القرش ولذا فانهم يسمون عشر القرش بالمليم عند نسبته الى الجنيه المصرى

وتمتاز النقود الجديدة عن القديمة بكون أجزائها أعشارية حيث يسهل حسابها بالطرق الاعشارية

والمعتاد فى كتابة النقود الجديدة عدم ذكر القرش اكتفاء بالجنيه والمليم فاذا أريد كتابة مقدار من النقود مؤلف من خمسمائة وسبعة وستين غرشا ونصف مثلا أبدل فيه الخمسمائة غرش بخمسة جنيهات وأبدل السبعة وستون غرشا بستمائة وسبعين عشر من القرش أو مليما وأبدل نصف القرش بخمسة مليمات ثم يوضع كلمة جنيه فوق الجنيهات وكلمة مليم فوق المليمات هكذا

مليم جنيه   جنيه
٦٧٥   ٥   أو   ٥٫٦٧٣ فقط

وهاك جدولا مشتملا على القطع الذهبية والفضية وقيمها وعياراتها وأوزانها

أسماء قطع النقود	القيمة	العيار	الوزن بالجرام	جنس المعدن
جنيه مصرى . . .	١٠٠ ﻫ	٠٫٨٧٥	٨٫٥٠٠	ذهب
نصف جنيه مصرى	٥٠	»	٤٫٢٥	»
خمس جنيه »	٢٠	»	١٫٧٠	»
عشر جنيه »	١٠	»	٠٫٨٥	»
$\frac{1}{20}$ جنيه »	٥	»	٠٫٤٢٥	»
$\frac{1}{5}$ جنيه مصرى	٢٠	٠٫٨٣٣ $\frac{1}{3}$	٢٨	فضه
$\frac{1}{10}$ »	١٠	»	١٤	»
$\frac{1}{20}$ »	٥	»	٧	»
$\frac{1}{50}$ »	٢	»	٢٫٨	»
$\frac{1}{100}$ »	١	»	١٫٤	»
$\frac{1}{200}$ »	$\frac{1}{2}$	»	٠٫٧	»
$\frac{1}{400}$ »	$\frac{1}{4}$	»	٠٫٣٥٠	»

ويوجد خمس قطع أخرى من النقود الجديدة ثلاثة منها من النيكل وأثنان من البرونز فالثلاثة التى من نوع النيكل هى

(١) القطعة التى قيمتها ٥,٠ القرش أو ١/٢٠٠ من الجنيه
(٢) القطعة التى قيمتها ٢,٠ القرش أو ١/٥٠٠ من الجنيه
(٣) القطعة التى قيمتها ١,٠ القرش أو ١/١٠٠٠ من الجنيه أو المليم

والقطعتان اللتان من نوع البرونز هما

(١) القطعة التى قيمتها ١,٠/٢ القرش أو ١/٢٠٠٠ من الجنيه
(٢) القطعة التى قيمتها ١,٠/٤ القرش أو ١/٤٠٠٠ من الجنيه

(٢٩٣) تنبيه ـ الجرام يعادل ١٢٨,٥ قيراطا تقريبا كما سيأتى ذكره فى (نمرة ٣٢٨)

الفصـــــل الثـانى

(فى المقاييس الفرنساوية الجديدة المسماة بالمقاييس الاعشارية)

(٢٩٤) المقاييس الاعشارية وضعت بفرنسا فى أواخر القرن الثامن عشر وهى مستعملة الآن فى أكثر البلاد وأساسها المتر وهو جزء من أربعين مليونا من محيط دائرة نصف النهار الارضى (وهى دائرة عظيمة تمر بقطبى الكرة وتقسمها الى قسمين متساويين) وعلى هذا يكون مقدار الدرجة الارضية مساويا الى ٤٠٠٠٠٠٠٠/٣٦٠ = ١١١١١,١١١١١١ مترا

المبحث الاول

(فى مقـاييس الاطـــوال)

(٢٩٥) وحدة الاطوال هو المتر وله أجزاء ومضاعفات فأجزاؤه هى

أوّلا ـ الديسمتر وهو عشر المتر
ثانيا ـ السنتمتر وهو جزء من مائة من المتر
ثالثا ـ المليمتر وهو جزء من ألف من المتر

ومضاعفاته هى

أوّلا ـ الديكامتر ويعادل عشرة أمتار
ثانيا ـ الهكتومتر ويعادل مائة متر
ثالثا ـ الكيلومتر ويعادل ألف متر
رابعا ـ الميريامتر ويعادل عشرة آلاف متر

(٢٩٦) يتضح من طريقة تقسيم هذه الاقيسة أنه يمكن كتابتها وقراءتها على مقتضى القواعد المقررة للاعداد الاعشارية وقد جرت العادة بان الفاصلة الاعشارية توضع عقب الوحدة الاصليـــة

فعلى هذا يمكن قراءة العدد ٩٧٤٥٣٫٥٦٣ مترا هكذا ٩ ميريامتر و ٧ كيلومتر و ٤ هكتومتر و ٥ ديكامتر و ٣ متر و ٥ ديسمتر و ٦ سنتيمتر و ٣ مللمتر

وكذا يمكن اعتبار العدد الصحيح المؤلف من الارقام الثلاثة الاول أنه أمتار ومابعده كيلومترات وما على يمين الفاصل مللمترات وعليه فيقرأ العدد المذكور هكذا

٩٧ كيلومترا و ٤٥٣ مترا و ٥٦٣ مللمتر

المبحث الثـــانى

(فى مقـاييس السـطوح)

(٢٩٧) وحدة مقاييس السطوح هو المتر المربع وهو مربع طول كل ضلع من أضلاعه متر وله أجزاء ومضاعفات فأجزاؤه هى

أوّلا ــ الديسمتر المربع وهو يعادل ٠٫٠١ متر مربع

وبيان ذلك أنك لو قسمت أحد أضلاع المتر المربع الى عشرة أقسام متساوية بان صار كل قسم منها ديسمتر ثم قسمت الضلع المجاور له من المتر المربع المذكور كذلك وأقمت من نقط تقاسيم كل ضلع أعمدة عليـــه فان المتر المربع ينقسم بذلك الى مائة مربع متساوية ضلع كل منها يساوى ديسمتر واذن فيكون الديسمتر المربع عبارة عن جزء من مائة من المتر المربع وعلى هذا يقاس ما يأتى

ثانيا ــ السنتيمتر المربع وهو يعادل ٠٫٠٠٠١ متر مربع

ثالثا ــ المللمتر المربع وهو يعادل ٠٫٠٠٠٠٠١ متر مربع

ومضـاعفاته هى

أوّلا ــ الديكامتر المربع وهو يعادل ١٠٠ متر مربع

ثانيا ــ الهكتومتر المربع وهو يعادل ١٠٠٠٠ متر مربع

ثالثا ــ الكيلومتر المربع وهو يعادل ١٠٠٠٠٠٠ متر مربع

رابعا ــ الميريامتر المربع وهو يعادل ١٠٠٠٠٠٠٠٠ متر مربع

وتقاس الاراضى بالآر وهو عبارة عن ديكامتر مربع وبالسنتيار وهو جزء من مائة من الآر وهو عبارة عن المتر المربع وبالهكتار وهو مائة آر ويعادل الهكتومتر المربع

(٢٩٨) كتابة أقيسة السطوح وقراءتها هى ككتابة أقيسة الاطوال وقراءتها أى يتبع فيها القواعد المقررة للأعداد الاعشارية غير أنه يلزم هنا استعمال رقين لكل قياس فالعـــدد ٨٤٣,٧٥٢٦ متر مربع يقرأ هكذا
٨٤٣ مترا مربعا و ٧٥ ديسيمتر مربع و ٢٦ سنتيمتر مربع
فعلى هـذا لو كانت الارقام الاعشارية فردية العـدد لزم وضع صفر على يمينها لجعلها زوجيـة فالقراءة العدد ٣٩٨ و ٧٢١ مترا يوضع صفر على يمينه ويلفظ به هكذا
٧٢١ مترا مربعا و ٣٩ ديسيمتر مربع و ٨٠ سنتيمتر مربع

المبحث الثـالث

(فى مقـــاييس الاجســام)

(٢٩٩) يستعمل لقياس الاجسام المتر المكعب وله أجزاء ومضاعفات فأجزاؤه هى
أولا ـ الديسيمتر المكعب وهو يعادل ٠,٠٠١ متر مكعب
وبيان ذلك أنك لو قسمت كل واحد من الاحرف الثلاثة المتجاورة المجتمعة فى نقطة واحدة من المتر المكعب الى عشرة أجزاء متساوية وأمررت من جميع نقط تقاسيم كل حرف مستويات عمودية عليه فان المتر المكعب ينقسم طبعا الى ألف مكعب متساوية حرف كل واحد منها يساوى ديسيمتر واذن فالديسيمتر المكعب يعادل جزأ من ألف من المتر المكعب وعليه يقاس ما سيأتى
ثانيا ـ السنتيمتر المكعب وهو يعادل ٠,٠٠٠٠٠١ متر مكعب
ثالثا ـ المليمتر المكعب وهو يعادل ٠,٠٠٠٠٠٠٠٠١ متر مكعب
وأما مضاعفاته فهى الديكامتر المكعب والهكتومتر المكعب والكيلومتر المكعب لكنها غير مستعملة

ولقياس مكعبات أخشاب الحريق يستعمل
أولا ـ الستير وهو عبارة عن المتر المكعب
ثانيا ـ الديسيستير وهو عشر الستير أو عشر المتر المكعب
ثالثا ـ الديكاستير وهو عشرة أمثال الستير أو عشرة أمثال المتر المكعب

(٣٠٠) يتبع دائما فى كتابة أقيسة الاجسام وقراءتها قواعد الاعداد الاعشارية انما يستعمل دائما لكل قياس منها ثلاثة أرقام فاذا لم تكن الارقام الاعشارية ثلاثية وجب تثليثها بوضع صفر أو صفرين على يمين الفصل الاخير

مثال ذلك اذا أردنا قراءة العدد ٢٤٣١٫٠٠٨٥٨٦٤ مترا مكعبا نضع صفرين على يمينه فيحدث ٢٤٣١٫٠٠٨٥٨٦٤٠٠ و يلفظ به هكذا ٢٤٣١ مترا مكعبا و ٨ ديسيمتر مكعب و ٥٨٦ سنتيمتر مكعب و ٤٠٠ ملليمتر مكعب

المبحث الرابع

(فى مقاييس الموائع والحبوب)

(٣٠١) وحدة مقاييس الموائع والحبوب هو اللتر وهو وعاء حجمه ديسيمتر مكعب وله أجزاء ومضاعفات فأجزاؤه هى

أولا ــ الديسيليتر وهو يعادل عشر اللتر

ثانيا ــ السنتيليتر وهو يعادل جزأ من مائة من اللتر

ثالثا ــ الملليليتر وهو يعادل جزأ من ألف من اللتر

ومضاعفاته هى

أولا ــ الديكاليتر وهو عشرة أمثال اللتر

ثانيا ــ الهكتوليتر وهو يعادل مائة لتر

ثالثا ــ الكيلوليتر وهو يعادل ألف ليتر

رابعا ــ المرياليتر وهو يعادل عشرة آلاف ليتر

لكنه لم يستعمل وعاء بهذين القدرين الاخيرين

(٣٠٢) تكتب هذه المقاييس وتقرأ كما سبق فى مقاييس الاطوال

المبحث الخامس

(فى الموازين)

(٣٠٣) وحدة الموازين هى الجرام وهو ثقل سنتيمتر مكعب من الماء المقطر (على درجة ٤ فوق الصفر) وله أجزاء ومضاعفات فأجزاؤه هى

أولا ــ الديسيجرام وهو يعادل عشر الجرام

ثانيا ــ السنتيجرام وهو يعادل جزأ من مائة من الجرام

ثالثا ــ الملليجرام وهو يعادل جزأ من ألف من الجرام

ومضاعفاته هى

أولا ــ الديكاجرام وهو يعادل عشرة جرام

ثانيا ـ الهكتوجرام وهو يعادل مائة جرام
ثالثا ـ الكيلوجرام وهو يعادل ألف جرام (وهو يعادل ثقل ليتر من الماء المقطر)
رابعا ـ الميرياجرام وهو يعادل عشرة آلاف جرام

(٣٠٤) تكتب هذه المقاييس وتقرأ كما سبق فى مقاييس الاطوال

المبحث السادس

(فى الزمن بالطريقة الافرنكية)

(٣٠٥) عدد أيام السنة على الحساب الافرنكى هو ٣٦٥ يوما أو ٣٦٦ يوما على حسب ما تكون السنة بسيطة أو كبيسة وتسمى بالسنة الشمسية

وهاك أسماء أشهرها وعدد أيامها

أسماء الشهور	عدد الايام	أسماء الشهور	عدد الايام
يناير	٣١	يوليه	٣١
فبراير	٢٨ أو ٢٩	اغسطس	٣١
مارث	٣١	سبتمبر	٣٠
ابريل	٣٠	اكتوبر	٣١
مايه	٣١	نوفمبر	٣٠
يونيه	٣٠	دسمبر	٣١

المبحث السابع

(فى النقود الفرنساوية)

(٣٠٦) وحدة النقود الفرنساوية هى الفرنك وهو قطعة تزن ٥ جرام وهو مركبة من ٨٣٥ر٠ من الفضة الخالصة ومن ١٦٥ر٠ من النحاس وله أجزاء ومضاعفات

لكنه لما كانت جميع النقود الفرنساوية ماعدا قطع الذهب منها بطل استعمالها من مصر قد اقتصرنا هنا على ذكر المستعمل منها فقط

وهاك جدولا يشتمل على أنواع قطع النقود الذهبية المستعملة منها الآن بمصر وعيارها ووزنها وأقطار محيطاتها والمسموح فيها من جهة الوزن والعيار

قيمة قطع العملة	العيار	مسموح العيار	الوزن القانونى	مسموح الوزن	القطر
١٠٠ فرنك	٠,٩٠٠	٠,٠٠١	٣٢,٢٥٨٠٦ جرام	٠,٠٠١	٣٢ ملليمتر
٥٠ «	«	«	١٦,١٢٩٠٣ «	«	٢٨ «
٢٠ «	«	«	٦,٤٥١٦١ «	«	٢١ «
١٠ «	«	«	٣,٢٢٥٨٠ «	«	١٩ «
٥ «	«	«	١,٦١٢٩٠ «	«	١٧ «

(٣٠٧) قد ذكرنا بالنمرة السابقة لفظة مسموح والغرض منها أنه لما كانت فوريقات ضرب العملة لا يتأتى لها اخراج نقود مضبوطة الوزن والعيار على مقتضى القانون ضبطا محكما فقد رخص لها بعض مسموح فى وزن القطع وعياراتها يكون اما بالعجز أو الزيادة بحيث لا يتعدى حده المرخص به ويختلف هذا المسموح باختلاف جنس معدن العملة

الفصـــل الثالث

(فى المقاييس الانكليزية المستعملة بمصر)

(٣٠٨) الاقيسة الانكليزية المستعملة الآن بمصر قاصرة على بعض أقيسة الاطوال وبعض النقود وهى

أولا ـ الياردة وتستعمل لقياس الاقمشة الشيت وهى أساس المقاييس الانكليزية ولها جزآن ومضاعفان فجزآها هما القدم وهو ثلث الياردة والاصبع وهو جزء من اثنى عشر جزأ من القدم ومضاعفاها هما القامة الانكليزية وتعادل ياردتين والميل الانكليزى ويعادل ١٧٦٠ ياردة

ثانيا ـ الجنيه الانكليزى أو السترلينى هو من جنس الذهب وله نصف وينقسم الى ٢٠ شلنا والشلن الى ١٢ بنس

ويوجد للشلن نصف وضعف وخمسة أنصاف وخمسة أمثال. وجميعها من جنس الفضة وليست الآن مستعملة بمصر

الفصـــــــل الرابع

(في تحـويل المقـاييس الى بعضها)

(٣٠٩) من المعلوم أن تحويل الاقيسة الى بعضها يستلزم أولا ضرورة معرفة نتائج مقارنة وحداتها الاصليـة ببعضها بحيث لوعلمت تلك النتائج أو النسب فان عملية التحويل لاتحتاج بعدها الا الى ضرب الوحدات المراد تحويلها فى النسبة الكائنة بين وحدته الاصلية والوحدة المراد التحويل اليهما كما سنذكره

المبحث الاول

(فى تحويل أقيسة الاطوال الى بعضها)

الفـــــــرع الاول

(فى تحويل أقيسة الاطوال المصرية الى نظائرها من الاعشارية وعكسه)

(٣١٠) قد ذكر فى بعض المؤلفات الفرنساوية أن طول ضلع قاعدة هرم الجيزه الكبير يعادل ٢٣١ مترا تقريبا بحيث ان طول الشبر يعادل ٠٫٢٣١ متر

وبالبناء على ذلك يكون

أولا ـ طول الذراع البلدى معادلا الى ٢٫٥ × ٠٫٢٣١ = ٠٫٥٧٧٥م أو ٠٫٥٨م تقريبا (وقد حقق المرحوم محمود باشا الفلكى مقـدار الذراع البلدى فوجد أنه يساوى ٠٫٥٨٢٦م غير أن المقدار ٠٫٥٨م موافق للمتداول بين الناس ولما جاء بالامر العالى الصادر فى ١٩ رمضان سنة ١٣٠٨ هجرية ٢٨ ابريل سنة ١٨٩١ ميلادية) ويؤخذ من هذا أن

(١) طول الفرسخ البرى يعادل ٧٦٦٢٫٨٣ × ٠٫٥٨ = ٤٤٤٤٫٤٤١٤ مترا تقريبا

(٢) طول الفرسخ البحرى يعادل ٩٥٧٨٫٣٦ × ٠٫٥٨ = ٥٥٥٥٫٤٤٨٨ مترا تقريبا

(٣) وطول الميـــل البرى يعادل $\frac{1}{3}$ × ٤٤٤٤٫٤٤١٤ = ١٤٨١٫٤٨٠٤ مترا تقريبا

(٤) وطول الميـل البحرى يعادل $\frac{1}{3}$ × ٥٥٥٥٫٤٤٨٨ = ١٨٥١٫٨١٦٢ مترا تقريبا

ثانيا ـ طول الذراع الاســلامبولى مساويا الى ٢٫٩ × ٠٫٢٣١ = ٠٫٦٦٩٩م أو ٠٫٦٧م تقريبا

ثالثا ـ طول الهنداسه مساويا الى ٢٫٨ × ٠٫٢٣١ = ٠٫٦٤٦٨م أو ٠٫٦٥م تقريبا

رابعا ـ طول الذراع الشـــرعى مساويا الى ٢٫١٣٥ × ٠٫٢٣١ = ٠٫٤٩٣١٨م أو ٠٫٤٩٣٢م تقريبا

ومن ذلك يؤخذ أن

(١) طول الميل الشرعى أو العربي يعادل ٤٠٠٠ × ٠٫٤٩٣٢ = ١٩٧٢٫٨ مترا تقريبا

(٢) طول الفرسخ الشرعى يعادل ٣ × ١٩٧٢٫٨ = ٥٩١٨٫٤ مترا تقريبا

(٣) طول البريد يعادل ٤ × ٥٩١٨٫٤ = ٢٣٦٧٣٫٦ مترا تقريبا

خامسا ـ طول الذراع المعمارى مساوا الى ٣٫٢٤ × ٠٫٢٣١ = ٠٫٧٤٨٤٤ م أو ٠٫٧٥ م

وبالبناء على هذا يكون

(١) طول القبضة معادلا الى $\frac{١}{٦}$ × ٠٫٧٥ = ٠٫١٢٥ م

(٢) طول الاصبع معادلا الى $\frac{١}{٢٤}$ × ٠٫٧٥ = ٠٫٠٣١٢٥ م

(٣) طول حبة الشعير معادلا الى $\frac{١}{١٤٤}$ × ٠٫٧٥ = ٠٫٠٠٥٢٠٨ م

(٤) طول الباع معادلا الى ٤ × ٠٫٧٥ = ٣ متر

(٥) طول القصبة معادلا الى $\frac{٧١}{١٥}$ × ٠٫٧٥ = ٣٫٥٥ متر

(٦) طول الميل الهاشمى معادلا الى ١٠٠٠ × ٠٫٧٥ = ٧٥٠ متر

(٧) طول الفرسخ الهاشمى معادلا الى ٣ × ٧٥٠ = ٢٢٥٠ متر

سادسا ـ طول الذراع النيلى مساويا الى ٢٫٣٣ × ٠٫٢٣١ = ٠٫٥٣٨٢٣ م أو ٠٫٥٤ م تقريبا

(٣١١) وبالعكس حيث ان الذراع البلدى يعادل ٠٫٥٨ م ينتج أن كل مائة ذراع بلدى تعادل ١٠٠ × ٠٫٥٨ = ٥٨ مترا واذن فالمتر يعادل $\frac{١}{٥٨}$ من مائة ذراع بلدى أو يعادل $\frac{١٠٠}{٥٨} = \frac{١}{٠٫٥٨}$ = ١٫٧٢٤ ذراعا بلديا

وبالقياس على ذلك يكون المتر معادلا $\frac{١}{٠٫٦٧}$ = ١٫٤٩ ذراعا اسلامبوليا ومعادلا $\frac{١}{٠٫٦٥}$ = ١٫٥٤ هنداسة ومعادلا $\frac{١}{٠٫٤٩٣٢}$ = ٢٫٠٢٧ ذراعا شرعيا ومعادلا $\frac{١}{٠٫٧٥}$ = ١٫٣٣ ذراعا معماريا ومعادلا $\frac{١}{٠٫٥٤}$ = ١٫٨٥ ذراعا نيليا ومن هذا يؤخذ أن

(١) الديسمتر يعادل ٠٫١٧٢ ذراعا بلديا ويعادل ٠٫١٤٩ ذراعا اسلامبوليا ويعادل ٠٫١٥٤ هنداسة ويعادل ٠٫٢٠٢٧ ذراعا شرعيا ويعادل ٠٫١٣٣ ذراعا معماريا ويعادل ٠٫١٨٥ ذراعا نيليا وعلى هذا يقاس باقى أجزاء المتر

(٢) الديكامتر يعادل ١٧٫٢٤ ذراعا بلديا ويعادل ١٤٫٩ ذراعا اسلامبوليا ويعادل ١٥٫٤ هنداسة ويعادل ٢٠٫٢٧ ذراعا شرعيا ويعادل ١٣٫٣ ذراعا معماريا ويعادل ١٨٫٥ ذراعا نيليا وعلى هذا يقاس باقى مضاعفات المتر

(٣١٢) اذا تقرر هذا نذكر المثالين الآتيين

المثال الاول ـ ليكن المطلوب تحويل ٢٣٧٥ ذراعا بلديا الى كيلومترات نقول حيث ان الذراع البلدى يعادل ٠٫٥٨م وان المتر يعادل ٠٫٠٠١ كيلومتر فيعادل اذن ٢٣٧٥ ذراعا بلديا كيلومترات قدرها ٢٣٧٥ × ٠٫٥٨ × ٠٫٠٠١ = ١٫٣٧٧٥٠

المثال الثانى ـ ليكن المطلوب تحويل ٧٢٥ مترا الى أقصاب نقول حيث ان القصبة تعادل ٣٫٥٥ متر فيكون المتر معادلا الى $\frac{١}{٣٫٥٥}$ قصبة وعليه يكون ٧٢٥ مترا معادلا الى ٧٢٥ × $\frac{١}{٣٫٥٥}$ = ٢٠٤٫٢٢٥ قصبة تقريبا

الفـــرع الثـانى

(فى تحويل أقيسة الاطوال الانكليزية الى نظائرها من الاعشارية وعكسه)

(٣١٣) حيث أن طول الياردة يعادل ٠٫٩١٤٣٨٣٤٨م فيكون

(١) القدم الانكليزى معادلا الى $\frac{١}{٣}$ × ٠٫٩١٤٣٨٣٤٨ = ٠٫٣٠٤٧٩٤٤٩م تقريبا

(٢) والاصبع الانكليزى معادلا الى ٠٫٠٢٥٣٩٩٥٤ مترا تقريبا

(٣) والميل الانكليزى معادلا الى ١٦٠٩٫٣١٤٩٢٤٨ مترا تقريبا

(٤) والقامة الانكليزية معادلة الى ١٫٨٢٨٧٦٦٩٦ مترا

(٣١٤) وبالعكس ـ حيث ان المتر يعادل $\frac{١}{٠٫٩١٤٣٨٣٤٨}$ ياردة أو ١٫٠٩٤ ياردة تقريبا فيعادل اذن ٣٫٢٨٠٨٩٩٢ أو ٣٫٢٨ قدما انكليزيا تقريبا ويعادل ٣٩٫٣٧٠٧٩ أو ٣٩٫٣٧ أصبعا انكليزيا تقريبا ويعادل ٠٫٥٤٦٨١٦٥٢٨ أو ٠٫٥٥ قامة انكليزية تقريبا ويعادل ٠٫٠٠٠٦٢١٣٨٢ ميلا انكليزيا

وبناء على ماذكر يكون

(١) السنتيمتر معادلا الى ٠٫٠١٠٩٤ ياردة تقريبا أو الى ٠٫٠٣٢٨ قدما انكليزيا تقريبا أو الى ٠٫٣٩٣٧ أصبعا انكليزيا وهكذا وعلى هذا يقاس باقى أجزاء المتر

(٢) والكيلومتر معادلا الى ١٠٩٤ ياردة تقريبا أو الى ٣٢٨٠ قدما انكليزيا تقريبا أو الى ٣٩٣٧٠ أصبعا انكليزيا وهكذا وعلى هذا يقاس باقى مضاعفات المتر

(٣١٥) اذا تقرر هذا نذكر المثالين الآتيين

المثال الاول ـ ليكن المطلوب تحويل خمسة كيلومترات الى أميال انكليزيه نقول حيث ان

الكيلومتر الواحد يعادل ٠,٦٢١٣٨٢ ميلا انكليزيا فالخمسة كيلومترات تعادل اذن
٥ × ٠,٦٢١٣٨٢ = ٣,١٠٦٩١٠ ميلا انكليزيا

المثال الثانى – ليكن المطلوب تحويل ٣٧٢٥ ياردة الى ديكامترات نقول حيث ان الياردة
تعادل ٠,٩١٤٣٨٣٤٨ مترا فتعادل ٠,٠٩١٤٣٨٣٤٨ ديكامتر وحينئذ فعدد ٣٧٢٥
يارده يعادل ٣٧٢٥ × ٠,٠٩١٤٣٨٣٤٨ = ٣٤٠,٦٠٧٨٦٦٣٠٠ ديكامتر

الفرع الثالث

(فى تحويل أقيسة الاطوال المصرية الى نظائرها من الانكليزية وعكسه)

(٣١٦) ولنجعل هنا الاقيسة الاعشارية واسطة لتحويل الاقيسة المصرية الى نظائرها من الانكليزية فنقول حيث ان الذراع البلدى يعادل ٠,٥٨م واليارده تعادل ٠,٩١٤٤م تقريبا فالذراع البلدى يعادل اذن $\frac{٠,٥٨}{٠,٩١٤٤}$ = ٠,٦٣٤ يارده أو أن الياردة تعادل $\frac{٠,٩١٤٤}{٠,٥٨}$ = ١,٥٧٦ ذراعا بلديا تقريبا وعلى هذا وما سبق يقاس الباقى

(٣١٧) اذا تقرر هذا نذكر المثالين الآتيين

المثال الاول – ليكن المطلوب تحويل ٢٥٧ ذراعا معماريا الى قامات انكليزيه نقول حيث ان الذراع المعمارى يعادل $\frac{٠,٧٥}{٠,٩١٤٤}$ = ٠,٨٢ يارده تقريبا فيعادل اذن ٠,٤١ قامة انكليزية وعليه فيكون ٢٥٧ ذراعا معماريا معادلا الى ٢٥٧ × ٠,٤١ = ١٠٥,٣٧ قامة انكليزية

المثال الثانى – ليكن المطلوب تحويل ٣٤٢ ياردة الى أقصاب نقول حيث ان الياردة تعادل $\frac{٠,٩١٤٤}{٣,٥٥}$ قصبة فعدد ٣٤٢ ياردة يعادل اذن ٣٤٢ × $\frac{٠,٩١٤٤}{٣,٥٥}$ = ٨٨,٠٩١ قصبه تقريبا

المبحث الثانى

(فى تحويل أقيسة السطوح الى بعضها المصرية الى اعشاريه وعكسه)

(٣١٨) أولا – حيث ان القصبة تعادل ٣,٥٥م فالقصبة المربعة تعادل ٣,٥٥ × ٣,٥٥ = ١٢,٦٠٢٥ مترا مربعا تقريبا

وبالبناء على ذلك يكون

(١) الفدان المصرى معادلا الى ٣٣٣,٣٣ × ١٢,٦٠٢٥ = ٤٢٠٠,٨ مترا مربعا تقريبا
(٢) القيراط الكامل معادلا الى ١٧٥,٠٣٤٧٢٢ مترا مربعا تقريبا
(٣) والحبة معادلة الى ٥٨,٣٤٤٩٠٧ مترا مربعا تقريبا

(٤) والدانق معادلا الى ٢٩,١٧٢٤٣٣٧ مترا مربعا تقريبا

(٥) والسهم معادلا الى ٧,٢٩٣١١٣٤٠ مترا مربعا تقريبا

(٦) والسحتوت معادلا الى ٠,٣٠٣٨٧٩٧ مترا مربعا تقريبا

ثانيا ـ حيث ان الذراع المعماري يعادل ٠,٧٥ م فالذراع المعماري المربع يعادل ٠,٧٥ × ٠,٧٥ = ٠,٥٦٢٥ مترا مربعا

(٣١٩) وبالعكس ـ حيث ان المتر يعادل $\frac{١}{٣,٥٥}$ = ٠,٢٨١٦٩ قصبة فالمتر المربع يعادل اذن ٠,٢٨١٦٩ × ٠,٢٨١٦٩ = ٠,٠٧٩٣٤٩٢٦٥١ أو ٠,٠٧٩٣٥ قصبة مربعة تقريبا

وبالبناء على هذا يكون

(١) الديسمتر المربع معادلا الى ٠,٠١ × ٠,٠٧٩٣٥ = ٠,٠٠٠٧٩٣٥ قصبة مربعة تقــريبا

(٢) والديكامتر المربع معادلا الى ١٠٠ × ٠,٠٧٩٣٥ = ٧,٩٣٥ قصبة تقريبا

وعلى هذا يقاس باقي الاجزاء والمضاعفات

(٣٢٠) اذا تقرر هذا نذكر المثالين الآتيين

المثال الاول ـ ليكن المطلوب تحويل ٢٥ فدانا مصريا الى آرات أي الى ديكامترات مربعــة نقول حيث ان الفـدان يعادل ٤٢٠٠,٨ مترا مربعا فيعادل اذن من الآرات ٤٢,٠٠٨٠ وحينئذ فالخمسة وعشرون فدانا تعادل ٢٥ × ٤٢,٠٠٨٠ = ١٠٥٠,٢٠ آرا

المثال الثاني ـ ليكن المطلوب تحويل ٧١٠ أمتـارا مربعة الى أقصاب مربعة نقول حيث ان المتر المربع يعـادل ٠,٠٧٩٣٥ قصـبة مربعـة فيعـادل اذن ٧١٠ مترا مربعا أقصابا مربعة عددها مساو الى ٧١٠ × ٠,٠٧٩٣٥ = ٥٦,٣٣٨٥٠

المبحث الثــالث

(في تحويل أقيسة الاحجام الى بعضها المصرية الى أعشارية وعكسه)

(٣٢١) الذراع المعماري المكعب يعادل ٠,٧٥ × ٠,٧٥ × ٠,٧٥ = ٠,٤٢١٨٧٥ مترا مكعبا والقصــبة المكعبة تعـادل ٣,٥٥ × ٣,٥٥ × ٣,٥٥ = ٤٤,٧٣٧٨٧٥ مترا مكعبا

(٣٢٢) وبالعكس المتر المكعب يعادل ١٫٣٣ × ١٫٣٣ × ١٫٣٣ = ٢٫٣٥٣ ذراعا معماريا مكعبا وعلى هذا يكون

(١) الديسيمتر المكعب يعادل ٠٫٠٠١ × ٢٫٣٥٣ = ٠٫٠٠٢٣٥٣ ذراعا معماريا مكعبا

(٢) الديكامتر المكعب يعادل ١٠٠٠ × ٢٫٣٥٣ = ٢٣٥٣ ذراعا معماريا مكعبا وعلى هذا يقاس باقى الاجزاء والمضاعفات

(٣٢٣) اذا تقرر ماذكر نذكر المثالين الآتيين

المثال الاول ـ ليكن المطلوب تحويل ٧٢ ذراعا معماريا مكعبا الى ديسيمترات مكعبة نقول حيث ان الذراع المعمارى المكعب يعادل ٠٫٤٢١٨٧٥ مترا مكعبا فيعادل اذن ٤٢١٫٨٧٥ ديسيمترا مكعبا وحينئذ فيكون ٧٢ ذراعا معماريا مكعبا معادلا الى ٧٢ × ٤٢١٫٨٧٥ = ٣٠٣٧٥ ديسيمتر مكعب

المثال الثانى ـ ليكن المطلوب تحويل ٧٢٥٣٤ سنتيمترات مكعبة الى أذرع معمارية مكعبة نقول حيث ان المتر المكعب يعادل ٢٫٣٥٣ ذراعا معماريا مكعبا فيعادل السنتيمتر المكعب من الاذرع المعمارية المكعبة المقدار $\frac{١}{١٠٠٠٠٠٠}$ × ٢٫٣٥٣ = ٠٫٠٠٠٠٠٢٣٥٣ وحينئذ فعدد ٧٢٫٥٣٤ سنتيمتر مكعب يعادل ٧٢٥٣٤ × ٠٫٠٠٠٠٠٢٣٥٣ = ٠٫١٧٠٦٧٢٥٠٢ ذراعا معماريا مكعبا

المبحث الرابع

(فى تحويل المكاييل الى بعضها المصرية الى أعشارية وعكسه)

(٣٢٤) قد ذكرنا (بنمرة ٢٨٦) أن الذراع البلدى هو أساس المكاييل المصرية وأن حجم مكعبه يسع أردبا مصريا و (بنمرة ٣٠١) أن وحدة مقاييس الموائع والحبوب الاعشارية هو الليتر وهو وعاء يساوى حجمه ديسيمتر مكعب وحيث ان الذراع البلدى المكعب يساوى ٠٫١٩٥١١٢ مترا مكعبا فيسع حجمه اذن ١٩٥ ليترا وديسيلترا واحدا وسنتيلترا واحدا ومليلترين ولم يكن ذلك موافقا للمتداول بين الناس لان المقدار المتداول هو باعتبار أن الذراع البلدى المكعب يعادل ٠٫١٩٨ مترا مكعبا تقريبا أعنى أنه يعادل ١٩٨ ليترا كما جاء فى الامر العالى الصادر فى ١٩ رمضان سنة ١٣٠٨ (٢٨ ابريل سنة ١٨٩١) الخاص باستعمال المقاييس الاعشارية (وعلى هذا الاعتبار يكون مقدار الذراع البلدى مساويا الى ٠٫٥٨٢٦ متر تقريبا كما حققه الفاضل المرحوم محمود باشا الفلكى نمرة ٣١٠ أولا)

وبالبناء على ذلك يكون (اذا لوحظ ماذكر بنمرة ٢٨٧ يعلم أن ماسنذكره فى هذا المبحث على المكاييل المصرية من التقدير والتحويل لم يكن الا نظريا فقط لا عمليا كما لا يخفى)

(١) سعة الويبة معادلة الى ٣٣ ليترا

(٢) والكيلة معادلة الى ١٦٫٥ ليترا

(٣) والربع معادلا الى ٨٫٢٥ ليترا

(٤) والملوة معادلة الى ٤٫١٢٥ ليترا

(٥) والقدح معادلا الى ٢٫٠٦٢٥ ليترا

(٦) ونصف القدح معادلا الى ١٫٠٣١٢٥ ليترا

(٧) والربعة معادلة الى ٠٫٥١٥٦٢٥ ليترا

(٨) والثمنة معادلة الى ٠٫٢٥٧٨١٢٥ ليترا

(٩) والخروبة معادلة الى ٠٫١٢٨٩٠٦٢ ليترا

(١٠) والقيراط معادلا الى ٠٫٠٦٤٤٥٣١٢٥ ليترا

(٣٢٥) وبالعكس حيث ان المتر يعادل ١٫٧٢٤ (نمرة ٣١١ باعتبار أن طول الذراع البلدى يعادل ٠٫٥٨ م) ذراعا بلديا فالمتر المكعب يعادل اذن ١٫٧٢٤ × ١٫٧٢٤ × ١٫٧٢٤ = ٥٫١٢٤٠٢١٤٢٤ ذراعا بلديا مكعبا ولما كان الليتر يعادل $\frac{1}{1000}$ من المتر المكعب فيعادل اذن ٠٫٠٠١ × ٥٫١٢٤٠٢١٤٢٤ = ٠٫٠٠٥١٢٤٠٢١٤٢٤ أو ٠٫٠٠٥ ذراعا بلديا مكعبا

وبناء على هذا وماسبق يقاس الباقى

(٣٢٦) اذا تقرر هذا نذكر المثالين الآتيين

المثال الاول ــ ليكن المطلوب معرفة مايسعه حجم ٣٥٢ أردبا مصريا من الهكتوليترات نقول حيث ان حجم الاردب المصرى يسع ١٩٨ ليترا فيسع اذن مقدارا من الهكتوليترات قدره ١٫٩٨ وبناء عليه فحجم ٣٥٢ أردبا مصريا يسع ٣٥٢ × ١٫٩٨ = ٦٩٦٫٩٦ هكتوليتر

المثال الثانى ــ ليكن المطلوب تقدير سعة ٧٥٠ ديكاليتر بسعة المكيال (النظرى) الذى تكال به الويبة نقول

حيث ان سعة الويبة (النظرية) تعادل ٣٣ ليترا فتسع من الديكاليترات مقدارا قدره ٣٫٣ وتكون سعة الديكاليتر معادلة الى $\frac{1}{3,3}$ = ٠٫٣٠٣٠٣ ويبة تقريبا

وحينئذ فسعة ٧٥٠ ديكاليترا تعادل ٧٥٠ × ٠٫٣٠٣٠٣ = ٢٢٧٫٢٧٢٥ ويبة تقريبا

المبحث الخامس

(فى تحويل الاوزان الى بعضها المصرية الى أعشارية وعكسه)

(٣٢٧) قدذكرنا من جهة (بنمرة ٢٨٨) أن الدرهم الذى هو وحدة الاوزان المصرية يعادل جزأ من ألف من ثقل مكعب ماء مقطر ضلعه ربع ذراع بلدى ومن جهة أخرى (بنمرة ٣٠٣) أن الجرام الذى هو وحدة الاوزان الاعشارية يعادل ثقل مكعب ماء مقطر ضلعه سنتيمتر وحيث ان المكعب الذى ضلعه ربع ذراع بلدى يعادل ٠٫٠٠٣٠٤٨٦٢٥ مترامكعبا أى يساوى ٣ ديسيمترمكعب و ٤٨ سنتيمترمكعب و ٦٢٥ ملليمترمكعب فيعادل اذن ٣٠٠٠ جراما و ٤٨ جراما و ٦٢٥ ملليجرام أى يعادل ٣٠٤٨٫٦٢٥ جراما

ولما كان هذا المقدار يعادل زنة ألف درهم نتج من ذلك أن الدرهم يعادل ٣٫٠٤٨٦٢٥ جراما أو ٣٫٠٥ جراما تقريبا

انما مقدار الدرهم الذى جاء فى الامر العالى السابق التنويه عنه (بنمرة ٣٢٤) الخاص باستعمال المقاييس الاعشارية هو ٣٫١٢ جراما (والمقدار المتداول هو ٣٫١٢٥ جراما أى ان الدرهم يعادل ٣ جرام وثمن) وبناء على ذلك يكون

(١) زنة القيراط معادلة الى ٠٫١٩٥ جراما

(٢) وزنة القمحة معادلة الى ٠٫٠٤٨٧٥ جراما

(٣) وزنة المثقال معادلة الى ٤٫٦٨ جراما

(٤) وزنة الوقية معادلة الى ٣٧٫٤٤ جراما

(٥) وزنة الرطل معادلة الى ٤٤٩٫٢٨ جراما

(٦) وزنة الاقة معادلة الى ١٢٤٨ جراما

(٧) وزنة القنطار معادلة الى ٤٤٩٢٨ جراما أو ٤٤٫٩٢٨ كيلوجراما

(٣٢٨) وبالعكس حيث ان الدرهم يعادل ٣٫١٢ جراما فيعادل الجرام اذن $\frac{1}{3{,}12}$ = ٠٫٣٢٠٥ درهما أو ٥٫١٢٨ قيراطا وهكذا

(٣٢٩) اذا تقرر هذا نذكر المثالين الآتيين

المثال الاول — ليكن المطلوب تحويل ١٧٣٢ درهما الى كيلوجرامات نقول حيث ان الدرهم يعادل ٣٫١٢ جراما فيعادل من الكيلوجرام المقدار ٠٫٠٠٣١٢ وحينئذ فعدد ١٧٣٢ درهما يعادل ١٧٣٢ × ٠٫٠٠٣١٢ = ٥٫٤٠٣٨٤ كيلوجراما

المثال الثانى ـ ليكن المطلوب تحويل ٥٤٣٢ كيلوجراما الى قناطير نقول حيث ان الكيلوجرام الواحد يعادل $\frac{١}{٤٤٫٩٢٥}$ قنطارا فعدد ٥٤٣٢ كيلوجراما يعادل ٥٤٣٢ × $\frac{١}{٤٤٫٩٢٨}$ = ١٢٠٫٩٠ قنطارا تقريبا

المبحث السادس

(فى تحـــويل النقـــــود الى بعضها)

الفـــــرع الاول

(فى تحويل النقود المصرية الى نقود فرنساوية وعكسه)

(٣٣٠) حيث ان الجنيه يعادل ٢٥٫٩٢٣٥ أو ٢٦ فرنكا تقريبا فيكون

(١) نصف الجنيه المصرى معادل الى ١٢٫٩٦١٧٦ أو ١٣ فرنكا تقريبا

(٢) وربع الجنيه المصرى معادل الى ٦٫٤٨٠٨٨ أو ٦٫٥ فرنكا تقريبا

(٣) وخمس الجنيه المصرى ذهبا كان أو فضة معادل الى ٥٫١٨٤٧ أو ٥٫٢٠ فرنكا تقريبا

(٤) وعشر الجنيه المصرى ذهبا كان أو فضـة معادل الى ٢٫٥٩٢٣٥ أو ٢٫٦٠ فرنكا تقـــريبا

(٥) ونصف عشر الجنيه المصرى ذهبا كان أو فضـة معادل الى ١٫٢٩٦١٧٥ أو ١٫٣٠ فرنكا تقريبا

(٦) وخمس عشر الجنيه المصرى معادل الى ٠٫٥١٨٤٧ أو ٠٫٥٢ فرنكا تقريبا

(٧) وعشر عشر الجنيه المصرى أو القرش معادل الى ٠٫٢٥٩٢٣٥ أو ٠٫٢٦ فرنكا تقـــريبا

(٨) ونصف القرش معادل الى ٠٫١٢٩٦١٧٥ أو ٠٫١٣ فرنكا تقريبا

(٩) وربع القرش معادل الى ٠٫٠٦٤٨٠٨٧٥ أو ٠٫٠٦٥ فرنكا تقريبا

(١٠) والمليم معادل الى ٠٫٠٢٥٩٢٣٥ أو ٠٫٠٢٦ فرنكا تقريبا

(١١) ونصف المليم معادل الى ٠٫٠١٢٩٦١٧٥ أو ٠٫٠١٣ فرنكا تقريبا

(١٢) وربع المليم معادل الى ٠٫٠٠٦٤٨٠٨٧٥ أو ٠٫٠٠٦٥ فرنكا تقريبا

(٣٣١) وبالعكس الفرنك يعادل $\frac{١}{٢٥٫٩٢٣٥}$ أو ٠٫٠٣٨٥٧٥ جنيها مصريا أو يعادل ٣٫٨٥٧٥ قرشا مصريا أو يعادل ٣٨٫٥٧٥ مليما

وبالبناء على هذا يكون

(١) القطعة التى قيمتها ١٠٠ فرنك معادلة الى ٣٫٨٥٧٥١ جنيها مصريا أو الى ٣٨٥٫٨٥١ قرشا أو الى ٣٨٥٧٫٥١ ملليما

(٢) والقطعة التى قيمتها ٥٠ فرنكا معادلة الى ١٫٩٢٨٧٥٥ جنيها مصريا أو الى ١٩٢٫٨٧٥٥ قرشا أو الى ١٩٢٨٫٧٥٥ ملليما

(٣) والقطعة التى قيمتها عشرون فرنكا معادلة الى ٠٫٧٧١٥ جنيها مصريا أو الى ٧٧٫١٥ قرشا أو الى ٧٧١٫٥ ملليما (أو ٧٧ ٦/٥)

(٤) والقطعة التى قيمتها خمسة فرنكات معادلة الى ٠٫١٩٢٨٧٥ جنيها مصريا أو الى ١٩٫٢٨٧٥ قرشا أو الى ١٩٢٫٨٧٥ ملليما وهكذا

(٣٣٢) اذا تقرر هذا نذكر المثالين الآتيين

المثال الاول ــ ليكن المطلوب تحويل ٢٢٥ قطعة من قطع النقود المصرية التى قيمة الواحدة منها خمس عشر الجنيه المصرى الى قطع ذهب فرنساوية من التى قيمة الواحدة منها عشرون فرنكا نقول حيث ان القطعة الواحدة المصرية من التى قيمة الواحدة منها خمس عشر الجنيه المصرى تعادل ٠٫٥١٨٤٧ فرنكا فتعادل اذن $\frac{1}{٢٠}$ × ٠٫٥١٨٤٧ = ٠٫٠٢٥٩٢٧٥ قطعة من التى قيمة الواحدة منها عشرون فرنكا وحينئذ فعدد ٢٢٥ قطعة مصرية من التى قيمة الواحدة منها خمس عشر الجنيه المصرى يساوى ٢٢٥ × ٠٫٠٢٥٩٢٧٥ = ٥٫٨٣٣٦٨٨٥ قطعة فرنساويه من التى قيمة الواحدة منها عشرون فرنكا

المثال الثانى ــ ليكن المطلوب تحويل مائة قطعة فرنساوية من التى قيمة الواحدة منها خمسة فرنكات الى قروش نقول حيث ان قيمة القطعة الواحدة من ذوات الخمسة فرنكات تعادل قروشا قدرها ١٩٫٢٨٧٥ فتكون المائة قطعة المعلومة معادلة الى ١٩٢٨٫٧٥ قرشا

الفــــرع الثــانى

(فى تحويل النقود الانكليزية الى نقود فرنساوية وعكسه)

(٣٣٣) الجنيه الانكليزى أو السترلينى يعادل ٢٥٫٢٧٥٤٣٧ فرنكا تقريبا وبناء عليه يكون

(١) نصف الجنيه الانكليزى معادلا الى ١٢٫٦٣٧٧١٨٥ فرنكا تقريبا

(٢) والقطعة التى قيمتها خمسة شلنات أى ربع جنيه انكليزى معادلة الى ٦٫٣١٨٨٥٩ فرنكا تقريبا

(٣) والقطعة التى قيمتها شلنان ونصف معادلة الى ٣٫١٥٩٤٢٩ فرنكا تقريبا

(٤) والقطعة التى قيمتها شلنان فقط معادلة الى ٢٫٥٢٧٥٤ فرنكا تقريبا

(٥) والشلن معادلا الى ١٫٢٦٣٧٧ فرنكا تقريبا

(٦) ونصف الشلن معادلا الى ٠٫٦٣١٨٨ فرنكا تقريبا

(٧) والبنس معادلا الى ٠٫١٠٥٣١٤ فرنكا تقريبا أو معادلا الى ١٠٫٥٣١٤٣٢ سنتيما

(٣٣٤) وبالعكس الفرنك يعادل $\frac{١}{٢٥٫٢٧٥٤٣٧}$ = ٠٫٠٣٩٥٦ جنيها انكليزيا تقريبا أو يعادل ٠٫٧٩١٢ شلنا تقريبا فعلى هذا يكون

(١) القطعة التى قيمتها ١٠٠ فرنك معادلة الى ٣٫٩٥٦ جنيها انكليزيا تقريبا أو معادلة الى ٧٩٫١٢ شلنا

(٢) والقطعة التى قيمتها عشرون فرنكا معادلة الى ٠٫٧٩١٢ جنيها انكليزيا تقريبا أو معادلة الى ١٥٫٨٢٤ شلنا تقريبا

(٣) والقطعة التى قيمتها خمسة فرنكات معادلة الى ٠٫١٩٧٨ جنيها انكليزيا تقريبا أو معادلة الى ٣٫٩٥٦ شلنا تقريبا وهكذا

(٣٣٥) اذا تقرر هذا نذكر المثالين الآتيين

المثال الاوّل ــ ليكن المطلوب تحويل ٢٧٥ شلنا الى قطع فرنساوية من التى قيمة الواحدة منها خمسة فرنكات نقول حيث ان الشلن يعادل ١٫٢٦٣٧٧ فرنكا فيعادل ضرورة $\frac{١}{٥}$ × ١٫٢٦٣٧٧ = ٠٫٢٥٢٧٥٤ من القطع الفرنساوية التى قيمة الواحدة منها خمسة فرنكات وعليه فيكون ٢٧٥ شلنا معادلا الى

٢٧٥ × ٠٫٢٥٢٧٥٤ = ٦٩٫٥٢٣٥ قطعة فرنساوية قيمة كل واحدة منها ٥ فرنكات

المثال الثانى ــ ليكن المطلوب تحويل ٥٧ قطعة فرنساوية من التى قيمة الواحدة منها عشرون فرنكا الى جنيهات انكليزية نقول حيث ان كل واحدة من هذه القطعة تعادل ٠٫٧٩١٢ جنيها انكليزيا تقريبا فعدد ٥٧ قطعة يعادل اذن

٥٧ × ٠٫٧٩١٢ = ٤٥٫٠٩٨٤ جنيها انكليزيا

الفرع الثالث

(فى تحويل النقود المصرية الى نقود انكليزية وعكسه)

(٣٣٦) الجنيه المصرى يعادل $\frac{1}{0{,}975}$ = ١٫٠٢٥٦٤ جنيها انكليزيا تقريبا أوالى ٢٠٫٥١ شلنا وبالبناء على هذا يكون

(١) نصف الجنيه المصرى معادلا الى ٥١٢٨٢ر٠ جنيها انكليزيا أوالى ١٠٫٢٥٦٤ شلنا

(٢) وعشر الجنيه المصرى معادلا الى ١٠٢٥٦٤ر٠ جنيها انكليزيا أوالى ٢٫٠٥١٢٨ شلنا

(٣) وعشر عشر الجنيه المصرى معادلا الى ٠١٠٢٥٦٤ر٠ جنيها انكليزيا أوالى ٢٠٥١٢٨ر٠ شلنا

(٤) والمليم معادلا الى ٠٠١٠٢٥٦٤ر٠ جنيها انكليزيا أوالى ٠٢٠٥١٢٨ر٠ شلنا وهكذا

(٣٣٧) وبالعكس — الجنيه الانكليزى يعادل ٩٧٫٥ قرشا مصريا أوالى ٩٧٥ر٠ جنيها مصريا أو ٩٧٥ مليما

وبالبناء على ذلك يكون

(١) نصف الجنيه الانكليزى معادلا الى ٤٨٫٧٥ قرشا أوالى ٤٨٧٥ر٠ جنيها مصريا أوالى ٤٨٧٫٥ مليما

(٢) والقطعة التى قيمتها خمسة شلنات معادلة الى ٢٤٫٣٧٥ قرشا أوالى ٢٤٣٧٥ر٠ جنيها مصريا أوالى ٢٤٣٫٧٥ مليما

(٣) والشلن معادلا الى ٤٫٨٧٥ قرشا أوالى ٠٤٨٧٥ر٠ جنيها مصريا أوالى ٤٨٫٧٥ مليما وهكذا

(٣٣٨) اذا تقرر هذا نذكر المثالين الآتيين

المثال الاول — ليكن المطلوب تحويل ٣٢٧ قطعة من النقود المصرية التى قيمة الواحدة منها عشر جنيه مصرى الى شلنات نقول حيث ان عشر الجنيه المصرى يعادل ٢٫٠٥١٢٨ شلنا فمبلغ ٣٢٧ قطعة يعادل اذن ٣٢٧ × ٢٫٠٥١٢٨ = ٦٧٠٫٧٦٨٥٦ شلنا

المثال الثانى — ليكن المطلوب تحويل ١٢٥ جنيها انكليزيا الى أعشار أعشار الجنيه المصرى أو القروش نقول حيث ان الجنيه الانكليزى يعادل ٩٧٫٥ غرشا مصريا فعدد ١٢٥ جنيها انكليزيا يعادل اذن ١٢٥ × ٩٧٫٥ = ١٢١٨٧٫٥ قرشا

المبحث الخامس

(تمـــــــرينات)

(١) حوّل ٥٣ ذراعا بلديا الى أقصاب

(٢) حول ٢٤٫٣ قصبه مربعة الى ديسميترات مربعة

(٣) حول ٧٫٢٣ ديسميترات مربعة الى أقدام انكليزية مربعة

(٤) حول ١٢٫٥ ذراع معمارى مكعب الى سنتميترات مكعبة

(٥) حول ١٤ أوقة مصرية الى كيلوجرامات

(٦) حول ١٣٫٥ جنيه مصرى الى بنسات انكليزية

الباب الثانى

(فى الاعداد المتنسبة)

الفصل الاول

(المقدمة)

(٣٣٩) العدد المتنسب هو ما تركب من جملة وحدات مختلفة التميز متنسبة الى بعضها وهو اما غير متنسب ومتنسب

فغير المتنسب مثل ٥ قروش أو ٥ص و ١٧ رطلا أو ١٧ط و ١٢ يوما

والمتنسب مثل ٧ح ١٣ ٩ص و ٨هـ ٩ف ١٧ط وهكذا

(٣٤٠) الوحدات الاصلية للمقاييس الاعشارية وان كانت تدخل تحت التعريف المتقدم لكنه لما كانت عمليات الكسور الاعشارية كافلة لاجراء جميع ما يمكن ايراده عليها من الاعمال كان هذا الباب قاصرا على ما يتعلق بأعمال الاقيسة القديمة فقط

(٣٤١) يبتدأ دائما فى كتابة الاعداد المتنسبة وقراءتها بالاحاد العليا لها من جهة اليسار ثم التالية لها فى الصغر على يمينها ثم الاصغر منها وهكذا مع تمييز آحادها المختلفة باسمائها وعلاماتها

(٣٤٢) ينقسم محيط الدائرة قديما الى ٣٦٠ جزأ متساوية تسمى بالدرج وعلاماتها (°) وتنقسم الدرجة الى ٦٠ دقيقة وعلامتها (´) وتنقسم الدقيقة الى ٦٠ ثانية وعلامتها (″) وتنقسم الثانية الى ٦٠ ثالثة وعلامتها (‴) وهكذا

وينقسم حديثا الى ١٠٠ درجة والدرجة الى ١٠٠ دقيقة والدقيقة الى ١٠٠ ثانية والثانية الى ١٠٠ ثالثة وهكذا

لكتابة أى عدد مركب من درج ودقائق وثوانى وهكذا فانه يوضع العدد الدال على الدرج جهة الشمال وعلى يمينه عدد الدقائق وعلى يمين الدقائق عدد الثوانى وهكذا كل على حدته ويوضع فوقه الاشارة الدالة على نوعه ان كان على مقتضى التقسيم القديم أما اذا كان على مقتضى التقسيم الجديد فانه يوضع العدد الدال على الدرج محل العدد الصحيح ويوضع فوقه علامة الدرج ثم يوضع الدقائق على يمين فاصل الاعشار فى الخانتين الاولى والثانية وذلك لانه يدل على أجزاء من مائة من الدرجة ثم توضع الثوانى على يمين الدقائق فى الخانتين الثالثة والرابعة الاعشارية كما سبق وهكذا

وعلى هذا فالعدد المركب من ٢٥ درجه و ٥٧ دقيقه و ٢٢ ثانية و ٥٣ ثالثه يكتب هكذا

٥٣ ٢٢ ٥٧ ٢٥ ان كان التقسيم قديما

٢٥,٥٧٢٢٥٣ ان كان التقسيم حديثا

الفصل الثانى

(فى عمليات تحويل الاعداد المنتسبة)

(٣٤٣) المسئلة الاولى ــ أن يكون المطلوب تحويل عدد غير منتسب أو منتسب الى آحاده الصغرى

الاول ــ اذا كان المطلوب تحويل ٥٧ ق مثلا الى جدد نقول

حيث ان القرش الواحد يعادل ٤٠ باره فعدد ٥٧ قرشا يعادل ضرورة ٥٧ × ٤٠ = ٢٢٨٠ باره وكذا حيث ان الباره الواحدة تعادل ١٠ جدد فعدد ٢٢٨٠ باره يعادل ٢٢٨٠٠ جدد أعنى أن ٥٧ ق = ٢٢٨٠٠ جددا

الثانى ــ اذا كان المطلوب تحويل العدد المنتسب ٤٧ ثانية و ٢٦ دقيقة و ٣ ساعات الى ثوانى نقول

حيث ان الساعة الواحدة تعادل ٦٠ دقيقة فعدد ٣ ساعات يعادل ضرورة ٣ × ٦٠ = ١٨٠ دقيقة ثم اذا ضم الى ذلك ٢٦ دقيقة تحصل ٢٠٦ دقيقة وبذلك يكون ٢٦ د ٣ س = ٢٠٦ دقيقه

وكذا حيث ان الدقيقة الواحدة تعادل ٦٠ ثانية فعدد ٢٠٦ دقيقة يعادل اذن ٦٠ × ٢٠٦ = ١٢٣٦٠ ثانية ثم اذا ضم الى ذلك ٤٧ ثانية تحصل ١٢٤٠٧ ثانية وبذلك يكون ٤٧ ى ٢٦ د ٣ س = ١٢٤٠٧ ثانية

(٣٤٤) والقاعدة العمومية لتحويل عدد منتسب أو غير منتسب الى آحاده الصغرى أن نضرب الآحاد العليا فيما يساويه الواحد منها من الآحاد التاليه لها فى الصغر ونضيف الى الحاصل ما وجد من نوعه ثم نجرى على الناتج ما أجريناه على الآحاد العليا وهكذا حتى نصل الى الآحاد الصغرى المراد التحويل اليها

(٣٤٥) المسئلة الثانية ــ أن يكون المطلوب تحويل عدد غير منتسب أو منتسب الى عدد كسرى من نوع آحاده العليا

الاول ـ اذا كان المطلوب تحويل ١٢٤٠٧ ثانية الى عدد كسرى من جنس الساعات نقول حيث ان الساعة الواحدة تعادل ٦٠ × ٦٠ = ٣٦٠٠ ثانيـة فتكون الثانيـة الواحدة معادلة اذن $\frac{١}{٣٦٠٠}$ ساعة فاذا ضرب عدد الثوانى المعلوم فى $\frac{١}{٣٦٠٠}$ تحصل

$$١٢٤٠٧ \text{ ثانية} = ١٢٤٠٧ \times \frac{١}{٣٦٠٠} = \frac{١٢٤٠٧}{٣٦٠٠} = ٣٫٤٤٦٣٨٨٨ \text{ ساعه}$$

الثانى ـ اذا كان المطلوب تحويل $\bar{٧}\ \bar{٣٢}\ \bar{٥٧}$ الى عدد كسرى من نوع القروش نحول ٣٢ باره الى جدد فيحدث ٣٢٠ جدد ثم يضم الى ذلك ٧ جدد فيحدث ٣٢٧ جدد ثم يحول هذا العـدد الى عدد كسرى من جنس القروش بواسطة ضربه فى $\frac{١}{٤٠٠}$ فيحدث $\frac{٣٢٧}{٤٠٠}$

واذن يكون $\bar{٧}\ \bar{٣٢}\ \bar{٥٧} = \frac{٣٢٧}{٤٠٠} + \bar{٥٧} = ٥٧٫٨١٧٥$ قرشا

(٣٤٦) والقاعدة العموميـة لتحويل عدد منتسب أو غير منتسب الى عدد كسرى من نوع آحاده العليا يقسم العدد المعلوم على ما يساويه أحد الآحاد العليا المراد التحويل اليها من الآحاد الصغرى المعلومة ان كان العدد غير منتسب أما اذا كان منتسبا فيحول أولا ما دون آحاده العليا الى الآحاد الصغرى له ثم يحول الناتج الى عدد كسرى من جنس الآحاد العليا ويضم الى وحدات الآحاد العليا المعلومة

(٣٤٧) المسـئلة الثالثـة ـ ليكن المطلوب تحويل عدد غير منتسب الى عدد منتسب فاذا أريد مثـلا تحويل ١٢٤٠٧ ثوانى الى عدد منتسب مؤلف من ثوانى ودقائق وساعات يحول أولا العـدد المعلوم الى دقائق بواسطة ضربه فى $\frac{١}{٦٠}$ أو قسمة العـدد المعلوم على ٦٠ وحيث ان خارج القسمة هو ٢٠٦ والباقى ٤٧ يحدث

$$١٢٤٠٧ \text{ ثوانى} = \overset{ى}{٤٧}\ \overset{د}{٢٠٦}$$

ثم يحول بعد ذلك ٢٠٦ دقيقة الى ساعات بواسطة ضربه فى $\frac{١}{٦٠}$ أو قسمته على ٦٠ وحيث ان خارج القسمة هو ٣ والباقى ٢٦ يحدث ٢٠٦ دقيقة = $\overset{د}{٢٦}\ \overset{س}{٣}$ واذن يكون

$$١٢٤٠٧ = \overset{ى}{٤٧}\ \overset{د}{٣٦}\ \overset{س}{٣}$$

(٣٤٨) والقاعدة العموميـة لتحويل عدد غير منتسب الى عدد منتسب أن نقسم العـدد المعلوم على عدد مرات انحصار وحدته فى الوحدة التى هى أرقى منها مباشرة فخارج القسمة يدل على عدد الوحدات الجديدة والباقى يكون من نوع الوحدة المعلومة ثم نجرى على خارج القسمة ما أجريناه على العدد المعلوم وهكذا حتى نصل الى العدد المنتسب المطلوب

(٣٤٩) المسئلة الرابعة ـ أن يكون المطلوب تحويل عدد كسرى غير منتسب الى عدد منتسب

فاذا أريد مثلا معرفة عدد الايام والساعات والدقائق والثوانى المشتملة عليها السنة الشمسية التى هى ٣٦٥٫٢٤٢٢٦ يوما نقول

حيث ان اليوم يشتمل على ٢٤ ساعة فكسر اليوم وهو ٠٫٢٤٢٢٦ مشتمل على ساعات قدرها ٢٤ × ٠٫٢٤٢٢٦ = ٥٫٨١٤٢٤ ساعة

وكذلك من حيث ان الساعة الواحدة تعادل ٦٠ دقيقة فكسر الساعة وهو ٠٫٨١٤٢٤ يعادل ضرورة ٦٠ × ٠٫٨١٤٢٤ = ٤٨٫٨٥٤٤ دقيقة

وكذلك من حيث ان الدقيقة الواحدة تعادل ٦٠ ثانية فكسر الدقيقة وهو ٠٫٨٥٤٤ يعادل ضرورة ٦٠ × ٠٫٨٥٤٤ = ٥١٫٢٦٤ ثانية

وبناء على ماذكر تكون السنة الشمسية مشتملة على ٥١٫٢٦٤ (ى) ٤٨ (د) ٥ (س) ٣٦٥ (يوم)

(٣٥٠) تنبيه ـ اذا كان الكسر المصاحب للعدد الصحيح اعتياديا فانه اما يحوّل الى كسر اعشارى يكافئه ويجرى العمل كماسبق واما أن نجرى عليه أعمالا مشابهة للاعمال التى أجريت كما نبينه

مثال ذلك اذا أريد تحويل العدد الكسرى $\frac{١٦٠٧}{٣٦٠٠}$ ٣ ساعة الى عدد منتسب نقول حيث ان الساعة تعادل ٦٠ دقيقة فكسر الساعة وهو $\frac{١٦٠٧}{٣٦٠٠}$ يعادل ضرورة

$$٦٠ \times \frac{١٦٠٧}{٣٦٠٠} = \frac{١٦٠٧}{٦٠} = \frac{٤٧}{٦٠}\ ٢٦ \text{ دقيقة}$$

وبذلك يكون $\frac{١٦٠٧}{٣٦٠٠}$ ٣ ساعات = $\frac{٤٧}{٦٠}$ ٢٦ (د) ٣ (س)

وكذلك من حيث ان الدقيقة الواحدة تعادل ٦٠ ثانية فكسر الدقيقة وهو $\frac{٤٧}{٦٠}$ يعادل ضرورة ٦٠ × $\frac{٤٧}{٦٠}$ = ٤٧ ثانية

واذن يكون $\frac{١٦٠٧}{٣٦٠٠}$ ٣ ساعة = ٤٧ (ى) ٢٦ (د) ٣ (س)

(٣٥١) والقاعدة العمومية لتحويل عدد كسرى غير منتسب الى عدد منتسب أن يحول الكسر المصاحب للعدد الصحيح اعشاريا كان أو اعتياديا الى الآحاد التالية فى الصغر للآحاد المعلومة ثم يستخرج من الناتج الوحدات الصحيحة ان وجدت الدالة على وحدات الآحاد الصغرى المراد التحويل اليها وهكذا يستمر العمل فى التحويل من وحدة الى وحدة أدنى منها حتى نتوصل الى العدد المنتسب المطلوب

الفصل الثــالث

(فى عمليات الاعداد المنتسبة)

(فى الجـــــــع)

(٣٥٢) لجمع الاعداد غير المنتسبة تجرى عليها العمل كما لو كانت مجردة وأما المنتسبة فنكتبها بحيث تكون الآحاد المتحدة النوع بعضها تحت بعض ونرسم تحتها خطا أفقيا ثم نجمع كل نوع منها على حدته بالابتداء من الآحاد الصغرى ونضع مجموعه تحته بتمامه اذا لم يتحصل منه واحد أو جملة آحاد من النوع الذى أرقى منه مباشرة وان تحصل شئ من ذلك ضم الى النوع الثانى وهكذا حتى تتم العملية كما فى هذين المثالين

جـ	ـــ	ـــ
٩	٢٥	١٥
٦	٣٤	٥٧
٤	٢٦	٣٢
٩	٦	١٠٦

درهم	وقيه	طـ
٦	٧	٢٨
٩	٥	٢٣
١٠	١١	٤٥
١	١	٩٨

(فى الطـــــرح)

(٣٥٣) لطرح عدد منتسب من مثله نكتب المطروح تحت المطروح منـه بحيث تكون الآحاد المتحدة النوع تحت بعضها ونرسم تحتها خطا أفقيا ثم نطرح الآحاد السفلى لكل نوع مما فوقها ونضع باقى كل نوع تحته واذا تعذر الطرح نستعير لآحاد النوع المطروح منه واحدا من النوع التالى له فى الكبر محولا الى آحاد النوع المستعار له وبذلك ينقص المستعار منه واحدا ولتوضيح ذلك نذكر المثالين الآتيين

المثال الاول

ـــ	ـــ	جنيه مصري
٧	٨٦	٢٧
٦	٩٥	١٩
١	٩١	٧

المثال الثانى

درهم	اقـه	قنطار
١٦٧	٢٣	٣٥
٢٥٩	٣٢	١٩
٣٠٨	٢٦	١٥

(فى الضـــــرب)

(٣٥٤) لضرب عدد منتسب فى عدد صحيح نضرب عدد المضروب فيـه فى كل جزء من أجزاء

المضروب بالابتداء من أصغر الآحاد ونستخرج من كل حاصل جزئي ماوجد فيه من الآحاد التالية لها لنضمها الى مثلها مثال ذلك

اذا أريد ضرب العدد المتنسب ٣١ د ٢٠ س ١٢ يوم في ٢٥ نضع العملية هكذا

يوم	س	د
١٢	٢٠	٣١
٢٥		
٣٢١	٨	٥٥

ثم نضرب ٢٥ في ٣١ دقيقة فحاصل الضرب وهو ٧٧٥ دقيقة يشتمل على ١٢ ساعة و ٥٥ دقيقة فنضع ٥٥ في حاصل الضرب تحت عمود الدقائق ونحفظ ١٢ ساعة ثم نضرب ٢٥ في ٢٠ ساعة ونضم الى حاصل الضرب ١٢ المحفوظة فيتحصل ٥١٢ ساعه وهو يشتمل على ٢١ يوما و ٨ ساعات فنضع ٨ في حاصل الضرب تحت عمود الساعات ونحفظ ٢١ يوما لنضمها على حاصل ضرب ١٢ في ٢٥ فيتحصل ٣٢١ وبذلك يكون حاصل الضرب الكلى هو ٣٢١ يوم ٨ س ٥٥ د

(٣٥٥) أما اذا أريد ضرب عدد متنسب في مثله فانا نحول كلا من المضروب والمضروب فيه الى عدد كسرى من نوع الآحاد العليا ثم نجرى عملية الضرب على الناتجين ونحول الحاصل بعد ذلك الى عدد متنسب من نوع الوحدات المطلوبة التي تكون دائما من جنس المضروب

مثال ذلك ـ اذا قيل ان ثمن المثقال يعادل ٤ ج ١٠ ٢٧ ق فما يعادله ثمن ١ مثقال ٢ قيراط ٨ قمحه نقول نحول المضروب الى عدد كسرى من نوع الآحاد العليا فيحدث $\frac{١٠٩٠٤}{٤٠٠}$ قرشا ونحول المضروب فيه كذلك فيحدث $\frac{٧٧٧}{٩٦}$ مثقالا

وباجراء الضرب يحدث $\frac{٧٧٧ \times ١٠٩٠٤}{٩٦ \times ٤٠٠} = \frac{٨٤٧٢٤٠٨}{٣٨٤٠٠} = ٢٢٠ \frac{٢٤٤٠٨}{٣٨٤٠٠}$ قرشا ثم بتحويل الكسر $\frac{٢٤٤٠٨}{٣٨٤٠٠}$ قرشا الى بارات يحدث $\frac{٢٤٤٠٨}{٣٨٤٠٠}$ قرشا $= \frac{٢٤٤٠٨}{٩٦٠}$ باره $= ٢٥ \frac{٤٠٨}{٩٦٠}$ باره وبتحويل الكسر $\frac{٤٠٨}{٩٦٠}$ باره الى جدد يحدث $\frac{٤٠٨}{٩٦٠}$ باره $= \frac{٤٠٨}{٩٦}$ جدد $= ٤ \frac{٢٤}{٩٦} = ٤ \frac{١}{٤}$ جدد

واذن يكون حاصل الضرب هو $٤ \frac{١}{٤}$ ج ٢٥ ٢٢٠ ق

(في القسمـــة)

(٣٥٦) لقسمة عدد متنسب على عدد صحيح نقسم على التوالى كل نوع من وحدات المقسوم على المقسوم عليه بالابتداء من نوع الآحاد العليا ثم نحول كل باق يحدث الى نوع الوحدات التي تليه في الصغر وهكذا حتى تتم العملية

فاذا أريد قسمة ٢,٤٧ ٢١ ٩٧ على ٢٣ نضع العمليـة هكذا

٢٣	٢,٤٧ ٢١ ٩٧
٤ ١٣ ٥٩,٤٤	٩٢

ثم نبتدئ بقسمة ٩٧ على ٢٣ فخارج القسمة هو ٤ والباقى هو ٥ نحوله الى دقائق بواسطة ضربه فى ٦٠ فيحدث ٣٠٠ ثم نضيف الى هذا الناتج ٢١ الموجودة فى المقسوم فيحصل ٣٢١ ثم نقسم هذا الناتج على المقسوم عليه فيحصل فى خارج القسمة ١٣ والباقى ٢٢ يحول الى ثوانى وهكذا

٥
٦٠
٣٠٠
٢١
٣٢١
٢٣
٩١
٦٩
٢٢
٦٠
١٣٢٠
٤٧,٢
١٣٦٧,٢
١١٥
٢١٧
٢٠٧
١٠,٢
٩٢
١,٠٠
٩٢
٠,٠٨

(٣٥٧) تنبيه ١ - يمكن اجراء هذه العملية بطريقة أخرى وهى ان يحول المقسوم الى عدد كسرى من جنس آحاده العليا ثم يقسم على المقسوم عليه ويحول الكسر الناتج الى عدد منتسب غير أن هذه الطريقة أطول من الاولى

(٣٥٨) تنبيـه ٢ - تستعمل عملية القسمة المذكورة بنمرة ٣٥٦ غالبا فى تحويل عدد كسرى مميز الى عدد منتسب

(٣٥٩) لقسمة عدد منتسب على آخر نحول كلا من المقسوم والمقسوم عليه الى عدد كسرى من نوع آحاده العليا ثم يقسم كسر المقسوم على كسر المقسوم عليه ويحول خارج القسمة الى عدد منتسب كما سبق

مثاله اذا كان ثمن ١ ٢ ٨ (قمحه قيراط مثقال) هو $\frac{1}{4}$ ٤ ٢٥ ٢٢٠ فما يكون ثمن المثقال الواحد نقول بتحويل المقسوم الى عدد كسرى يحدث $\frac{٣٥٣٠١٧}{١٦٠٠}$ قرشا وبتحويل المقسوم عليه الى عدد كسرى يحدث $\frac{٧٧٧}{٩٦}$ مثقالا وباجراء القسمة يحدث

$$\frac{٩٦ \times ٣٥٣٠١٧}{٧٧٧ \times ١٦٠٠} = \frac{٣٣٨٨٩٦٣٢}{١٢٤٣٢٠٠}$$ قرشا أو ٤ ١٠ ٣٧

الفصـــــــل الرابـــع

(تطبيـــــــــقات)

(١) اذاقطعت آلة بخارية متحركة بانتظام مسافة ١٢٨٤ مترا فى دقيقة ونصف فـامقدار المسافة التى تقطعها الآلة المذكورة بالسرعة عينها مدة ساعة و ٣٥ دقيقة و ١٥ ثانيـة مقدرة بالكيلومترات

لحل هذه المسئلة نقول حيث ان الآلة تقطع ١٢٨٤ مترا أو ١,٢٨٤ كيلومتر فى دقيقة ونصف أوفى $\frac{٣}{٢}$ دقيقـة فتقطع اذن فى الدقيقة الواحدة $\frac{٢}{٣}$ × ١,٢٨٤ = $\frac{٢,٥٦٨}{٣}$ = ٠,٨٥٦ كيلومتر وبناء عليه فتقطع فى الساعة الواحدة ٦٠ × ٠,٨٥٦ = ٥١,٣٦ كيلومتر

اذا تقرر هذا نقول ان منطوق المسئلة قد تحول الى المنطوق الآتى وهو

اذاقطعت آلة بخارية متحركة بانتظام مسافة ٥١,٣٦ كيلومتر فى الساعة الواحدة فـاعدد الكيلومترات التى تقطعها الآلة المذكورة مدة ١٥ى ٣٥د ١س

وللوصول الى الناتج المطلوب يحول المضروب فيه وهو ١٥ى ٣٥د ١س الى عدد كسرى فيحدث $\frac{٥٧١٥}{٣٦٠٠}$ ساعة وباجراء الضرب يحدث ٥١,٣٦ × $\frac{٥٧١٥}{٣٦٠٠}$ = ٨١,٥٣٤ كيلومتر

(٢) حوض على هيئة متوازى المستطيلات طوله متران وعرضه متر ونصف مملوء ربعه بماء قد سلطت عليه حنفية مدة ١٣ دقيقة و ١٥ ثانية وكانت ماتصبه فى الدقيقة الواحدة ستة لترات وبذلك بلغ الماء الى ثلثه والمطلوب تعيين

أولا ــ الزمن اللازم لهذه الحنفية لاجل أن تملأ الحوض بتمامه

ثانيا ــ مقدار سعته

ثالثا ــ مقدار ارتفاعه

لحـــل هـــذه المســـئلة نقول

أولا ــ حيث ان الزمن الذى تسلطت فيه الحنفية لملء الفرق بين ثلث الحوض وربعه أى لملء $\frac{١}{١٢}$ من الحوض هو ١٥ى ١٣د فيجب اذن أن يكون الزمن الذى تستغرقه الحنفية المذكورة لملء الحوض بتمامه هو حاصل ضرب ١٢ فى (١٥ى ١٣د) أى ٣٩د ٢س

ثانيا ــ حيث ان الحنفية تصب ٦ لترات فى الدقيقة الواحدة وان مقدار ماصبته فى الزمن ١٥ى ١٣د هو ٧٩,٥ لترا ضرورة وهو يعادل $\frac{١}{١٢}$ من الحوض فتكون سعة الحوض جميعه

مساوية الى ١٢ × ٧٩,٥ = ٩٥٤ لترا ولما كانت سعة اللتر مساوية ديسيمتر مكعب فتكون سعة الحوض مساوية الى ٩٥٤ ديسيمترا مكعبا أو ٠,٩٥٤ مترا مكعبا

ثالثا — حيث ان مساحة الحوض الجمية تعادل ٠,٩٥٤ مترا مكعبا وان مساحة قاعدته مساوية الى ٢ × ١,٥ = ٣ مترا مربعا فيكون طول ارتفاعه (على حسب قواعد الهندسة) مساويا الى $\frac{٠,٩٥٤}{٣}$ = ٠,٣١٨ مترا

(٣) خرج قطر من محطة ب الساعة ٣ س ٣٠ د بعد الظهر قاصدا محطة ح بسرعة ٣٠ كيلومتر فى الساعة وبحلول الساعة ٧ س ٤٠ د كذلك خرج قطر آخر من المحطة المذكورة قاصدا محطة ح أيضا بسرعة ٥٠ كيلومتر فى الساعة وبعد مضى مدة وصل القطر الثانى محطة ح قبل أن يصلها القطر الاول بمدة ٤ س ٥٠ د والمطلوب معرفة المسافة الكائنة بين محطة ب ومحطة ح

لحل هذه المسئلة نقول حيث ان القطر الاول خرج من محطة ب الساعة ٣ س ٣٠ د بعد الظهر وان القطر الثانى خرج بعد منها الساعة ٧ س ٤٠ د بعد الظهر أيضا فيكون الثانى متأخرا عن الاول بمدة مساوية للفرق بين ٧ س ٤٠ د و ٣ س ٣٠ د أى مساوا الى ٥ س ١٠ د وحيث أيضا ان الثانى وصل محطة ح قبل أن يصلها الاول بمدة ٤ س ٥٠ د فتكون مدة مسير القطر الثانى تنقص عن مدة مسير القطر الاول بحاصل جمع الزمنين ٥ س ١٠ د و ٤ س ٥٠ د أى بمدة ١٠ س ومن المعلوم أن هذا الفرق لم يكن مبنيا الا على اختلاف سرعتى القطرين

اذا تقرر هذا نقول حيث ان القطر الاول يقطع ٣٠ كيلومتر فى الساعة فيقطع الكيلومتر الواحد فى زمن قدره $\frac{٦٠}{٣٠}$ = ٢ د وكذا حيث ان القطر الثانى يقطع ٥٠ كيلومتر فى الساعة فيقطع الكيلومتر الواحد فى زمن قدره $\frac{٦٠}{٥٠}$ = ١ د ١٢ ى وحينئذ فالفرق الزمنى فى قطع القطرين كيلومترا واحدا هو ٢ د — (١ د ١٢ ى) = ٤٨ ى ولما كان عدد الكيلومترات التى قطعها القطران واحدة وأن مجموع فروق الازمان المتحصلة من قطع تلك الكيلومترات هو ١٠ س (لانا لو فرضنا خروج القطرين من محطة ب فى لحظة واحدة لوصل القطر الثانى محطة ح قبل أن يصلها الاول بمدة ١٠ س كما لا يخفى) فيكون ١٠ س هو عبارة عن حاصل ضرب عدد الكيلومترات المبحوث عنها فى ٤٨ ثانية واذن فالحصول على عدد الكيلومترات الكائنة بين المحطتين يقسم ١٠ ساعات على ٤٨ ثانية ويكون خارج القسمة وهو ٧٥٠ دالا على عدد الكيلومترات الكائنة بين المحطتين أى دالا على المسافة المطلوبة

تنبيه - حيث ان القطر الاول يقطع فى الساعة الواحدة ٣٠ كيلومتر فيكون الزمن الذى استغرقه فى السير هو $\frac{٧٥٠}{٣٠}$ = ٢٥ ساعة وحيث ان مدة سير القطر الثانى تنقص ١٠ ساعات عن مدة سير القطر الاول فتكون مدة سير القطر الثانى هى ٢٥ — ١٠ = ١٥ وحاصل ضرب ١٥ × ٥٠ = ٧٥٠ وهو ناتج محقق لما ظهر

(٤) اذا كان البعد بين نقطتين موجودتين على خط جانبى أرضى واحد مساو ٨٤٤٠٠٠ مترا والمطلوب معرفة عدد الدرج والدقائق والثوانى المشتمل عليها القوس المحصور بين النقطتين المذكورتين (من المعلوم أن الخط الجانبى لاى نقطة هو محيط الدائرة العظيمة المار بهذه النقطة وبقطبى الكرة)

لحل هذه المسئلة نقول حيث ان محيط الدائرة العظيمة يعادل ٤٠٠٠٠٠٠٠ مترا وهو ينقسم الى ٣٦٠ ْ فيكون طول الدرجة مساويا الى $\frac{٤٠٠٠٠٠٠٠}{٣٦٠}$ = ١١١١١١,١١١١١ مترا فاذا قسمنا حينئذ ٨٤٤٠٠٠ على ١١١١١١,١١١١١ مترا وحولنا باقى العملية الاولى الى دقائق والباقى الذى بعده الى ثوانى توصلنا الى ٧ ْ ٣٥َ ٤٥ً,٦ تقريبا وهو البعد بين النقطتين مقدرا بالدرج والدقائق والثوانى

الفصل الخامس

(تمرينات)

(١) خرج ساع من محطة بسرعة ١١ كيلومتر فى الساعة وبعد مدة خرجت عربة خلفه تقطع ٢٩٧ مترا فى الدقيقة وقد لحقته بعد مضى ٢٧ د ٣ س من خروجها والمطلوب معرفة الزمن الكائن بين خروج العربة والساعى

(٢) اذا كانت حنفية ا تملأ حوضا مدة ٤٨ د ٤ س وسلطت عليه وحدها مدة ٣٦ د ١ س ثم فتحت حنفية ثانية ب وسلطت على الحوض المذكور وبعد مضى ٤٨ دقيقة قد ملئ الحوض من الحنفيتين المذكورتين معا

والمطلوب معرفة الزمن اللازم لملء الحوض المذكور مع الفروض الآتية

أولا - اذا فرض أن حنفية ب هى المفتوحة وحدها مدة التجربة

ثانيا - اذا فرض أن الحنفيتين مفتوحتان معا

ثالثا ـ اذا قفلت حنفية ا عند فتح حنفية ب مدة التجربة الاولى

رابعا ـ اذا فرض أنه عند فتح حنفية ب فى التجربة الاولى قد فتحت حنفية ثالثة ح لصرف مياه الحوض بحيث ان الكمية التى تصرفها من الماء تساوى كمية الماء التى تنصب من حنفية ا

(٣) مكينتان من ماكينات الخياطة مستمرتان فى الشغل مع الانتظام تتم احداهما ٧ ملفات من الخيط متحدة الطول مدة ساعتين ونصف وتتم الثانية خمسة ملفات من الخيط المذكور مدة ١ س ٤٧ د والمطلوب معرفة

أولا ـ أيتهما أسرع

ثانيا ـ الزمن اللازم لها حتى تتم ملفا واحدا زيادة عن الاخرى

الباب الثالث

(فى القوى والجذور)

(٣٦٠) قوة أى عدد هو العدد الناتج من ضرب هذا العدد فى نفسه مرة أو عدة مرات فقوى عدد ٣ مثلا هى

٣×٣ أو $٣^٢ = ٩$ و $٣ \times ٣ \times ٣$ أو $٣^٣ = ٢٧$ و $٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣$ أو $٣^٤ = ٨١$ وهكذا

وتمتاز هذه القوى عن بعضها بعدد المضاريب المتألفة منها فان تألفت من مضروبين سميت القوة الثانية أو المربع وان تألفت من ثلاثة سميت القوة الثالثة أو المكعب وان تألفت من أربعة سميت القوة الرابعة وهكذا

(٣٦١) وجذر أى عدد بدرجة ما هو العدد الذى اذا رفع الى قوة مساوية لدرجة الجذر تحصل العدد المذكور فالجذر الثانى لعدد ١٦ هو أربعة لان $٤^٢ = ١٦$ والجذر الثالث لعدد ٢٧ هو ٣ لان $٣^٣ = ٢٧$ وهكذا

(٣٦٢) للدلالة على لزوم استخراج جذر أى عدد توضع فوقه هذه العلامة $\sqrt{}$ و يوضع بين شعبتيها عدد يدل على درجة الجذر وحينئذ فيدل الوضع $\sqrt[٢]{٢٥}$ على لزوم استخراج الجذر الثانى لعدد ٢٥ ويدل الوضع $\sqrt[٣]{٨١}$ على لزوم استخراج الجذر الثالث لعدد ٨١ وهكذا وقد اعتيد على عدم وضع عدد ٢ بين شعبتى الجذر عند مايراد استخراج الجذر الثانى لاى عدد فيعتبر كل واحد من الوضعين $\sqrt[٢]{٢٥}$ و $\sqrt{٢٥}$ على لزوم استخراج الجذر الثانى لعدد ٢٥

الجذر الثانى لاى عدد يسمى أيضا بالجذر التربيعى له والجذر الثالث لاى عدد يسمى بالجذر التكعيبى له ولم نتكلم هنا الا على المربع والجذر التربيعى والمكعب والجذر التكعيبى

الفصل الاول

(فى المربع والجذر التربيعى)

المبحث الاول

(فى المربع والجذر التربيعى لعدد صحيح)

(٣٦٣) حيث ان مربع أى عدد هو حاصل ضربه فى نفسه تكون مربعات التسعة أعداد الاول هى

أعداد	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
مربعات	١	٤	٩	١٦	٢٥	٣٦	٤٩	٦٤	٨١

وبالتأمل فى هذا الجدول نستنتج منه الامرين الآتيين

الاول ـ ان جميع الاعداد ليست كلها مربعات لان بين العددين ٩ و ١٦ مثلا اللذين هما مربعا العددين المتواليين ٣ و ٤ يوجد ستة أعداد ليست بمربعات وكذا بين العددين ١٦ و ٢٥ اللذين هما مربعا العددين المتواليين ٤ و ٥ يوجد ثمانية أعداد ليست بمربعات وهكذا

ومتى لم يكن العدد مربعا فلا يكون له ضرورة جذر حقيقى بل يكون جذره تقريبيا وهو جذر أعظم مربع منحصر فيه فعدد ٢١ مثلا الذى لم يكن من المربعات ليس له جذر حقيقى انما حيث انه محصور بين المربعين ١٦ و ٢٥ فيكون عدد ١٦ هو أعظم مربع منحصر فيه ويكون جذره ٤ هو الجذر التقريبى لعدد ٢١

أما عدد ٥ الدال على الفرق بين العدد المعلوم ٢١ وبين ١٦ وهو أعظم مربع منحصر فيه فانه يسمى بالباقى

الثانى ـ حيث ان مربعات الاعداد التسعة الاول تبتدأ من جهة اليمين بالارقام ١ و ٤ و ٩ و ٥ و ٦ وحيث من جهة أخرى ان مربع أى عدد يبتدأ دائما من جهة اليمين بالرقم الاول من مربع رقم آحاده ينتج اذن أن مربع أى عدد لابد وأن يكون رقم آحاده المعنوى واحدا من هذه الارقام مثال ذلك العدد ٦٤ فان الرقم الاول من مربعه هو ٦ وهو الرقم الاول من مربع رقم آحاده ٤

(٣٦٤) القاعدة الاولى ـ كل عدد مبدوء من جهة اليمين بصفر أو بعدة أصفار فان مربعه يكون منتهيا أيضا من جهة اليمين بأصفار يكون عددها ضعف عدد الاصفار الموجودة على يمين العدد الاصلى وذلك لانه

أولا $١٠٠^٢ = ١٠٠ \times ١٠٠ = ١٠٠٠٠$.

ثانيا $٢٥٠^٢ = ٢٥٠ \times ٢٥٠ = ٢٥ \times ١٠ \times ٢٥ \times ١٠$

$= ٢٥ \times ٢٥ \times ١٠ \times ١٠ = ٦٢٥ \times ١٠٠ = ٦٢٥٠٠$

وينتج من ذلك أن مربع أى عشرات لا يكون الا مئات

(٣٦٥) القاعدة الثانية ـ مربع مجموع عددين يتركب دائما من ثلاثة أجزاء وهى

أولا ـ مربع الاول

ثانيا ـ ضعف حاصل ضرب الاول فى الثانى

ثالثا ـ مربع الثانى

أعنى أن $(٨ + ٥)^٢ = ٨^٢ + ٢ \times (٨ \times ٥) + ٥^٢$

وللبرهنة على ذلك نقول

لرفع المجموع $٨ + ٥$ الى القوة الثانيـة يجب على مقتضى التعريف ضربه فى نفســه أى ضرب المضروب $٨ + ٥$ فى ٨ ثم فى ٥ وضم الحاصلين الى بعضهما أما ضرب المضروب $٨ + ٥$ فى ٨ فانه يتحصل منه $٨^٢ + ٨ \times ٥$ وأما ضرب المضروب فى ٥ فانه يتحصل منه أيضا $٨ \times ٥ + ٥^٢$ وبضم الحاصلين الى بعضهما يحدث $٨^٢ + ٨ \times ٥ + ٨ \times ٥ + ٥^٢$ أو $٨^٢ + ٢ \times (٨ \times ٥) + ٥^٢$ ويوضع العملية هكذا

$$
\begin{array}{ll}
٨ + ٥ & \\
٨ + ٥ & \\
\hline
٨^٢ + ٨ \times ٥ & \text{ناتج من ضرب المضروب فى ٨} \\
+ ٨ \times ٥ + ٥^٢ & \text{ناتج من ضرب المضروب فى ٥} \\
\hline
٨^٢ + ٢ \times (٨ \times ٥) + ٥^٢ & \text{الحاصل الكلى}
\end{array}
$$

وهذا الناتج موافق لمنطوق القاعدة

ومما ذكر ينتج

أولا ـ مربع أى عدد أكبر من ١٠ يتركب من ثلاثة أجزاء أو حواصل جزئية وهى مربع العشرات وضعف العشرات فى الآحاد ومربع الآحاد

وذلك لان كل عدد أكبر من ١٠ يمكن اعتباره كأنه مؤلف من مجموع عددين أحدهـما آحاده وثانيهما عشراته مثل عدد ٦٥ فانه يساوى ٦ عشرات + ٥ آحاد وبناء عليه يكون

$$٦٥^٢ = (٦٠ + ٥)^٢ = ٦٠^٢ + ٢ \times (٦٠ \times ٥) + ٥^٢$$

ثانيا ـ الفرق بين مربعى أى عددين متواليين يساوى ضعف أصغرهما زائدا واحدا أعنى يساوى مجموع نفس العددين

مثاله الفرق بين المربعين المتواليين

$١٦^٢$ و $١٥^٢$ أو $(١٥ + ١)^٢$ و $١٥^٢$ هو $٢ \times ١٥ + ١$ أو $١٥ + ١٦$

وذلك لان

$١٦^٢$ أو $(١٥+١)^٢ = ١٥^٢ + ٢ \times (١٥ \times ١) + ١^٢ = ١٥^٢ + ٢ \times ١٥ + ١$ (١)

وثانيا $١٥^٢ = ١٥^٢$ (٢)

وبطرح المتساوية الثانية من الاولى يحدث

$(١٥+١)^٢ - ١٥^٢ = ٢ \times ١٥ + ١ = ١٥ + ١٦$ وهو المراد

المبحث الثانى

(فى استخراج الجذر التربيعى لعدد صحيح)

(٣٦٦) الحالة الاولى — أن يكون العدد المطلوب استخراج جذره التربيعى أقل من ١٠٠ مثل ٥٢ نقول حيث ان هذا العدد أقل من ١٠٠ فيكون جذره التربيعى أقل من ١٠ وحيث انه غير موجود فى جدول مربعات الاعداد البسيطة فيكون جذره تقريبيا وهو جذر أعظم مربع منحصر فيه وحيث انه محصور بين المربعين ٤٩ و٦٤ فيكون جذره التربيعى هو ٧ مقربا بأقل من واحد صحيح ويكون الباقى هو ٣ لان ٥٢ — ٤٩ = ٣

(٣٦٧) الحالة الثانية — أن يكون العدد المطلوب استخراج جذره التربيعى أكبر من ١٠٠ مثل ٥٨٨٤ نقول حيث ان هذا العدد أكبر من ١٠٠ فيكون جذره أكبر من ١٠ أعنى مركبا من آحاد وعشرات

ومن المعلوم أنه لو كان هذا الجذر معلوما ورفع الى القوة الثانية وضم الى الناتج باقى العملية ان وجد لها لتحصل عدد ٥٨٨٤ وبناء عليه فيعتبر هذا العدد كأنه مركب من الاجزاء الاربعة الآتية وهى

أولا — مربع العشرات

ثانيا — ضعف حاصل ضرب العشرات فى الآحاد

ثالثا — مربع الآحاد

رابعا — باقى العملية ان وجد

ولما كانت هذه الاجزاء الاربعة ممتزجة مع بعضها ومكونة للعدد المفروض ولا يتأتى حصر أيها فى أى جزء منه الا مربع العشرات ناسب الابتداء بالبحث عن رقم عشرات الجذر فنقول

حيث ان مربع العشرات لا يكون الا مئات (٣٦٤ نتيجة) فلا يتأتى حصره الا فى ٥٨ مئات العدد المفروض التى يمكن أن تحتوى زيادة على ذلك بعض مئات أخرى ناتجة من الاجزاء الثلاثة الباقية وحينئذ اذا فصلنا آحاد العدد المفروض وعشراته عن مئاته واستخرجنا جذر أعظم مربع منحصر فيها فلا يكون أقل من رقم عشرات الجذر الحقيقى

وكذا لا يمكن أن يكون أكبر منه لانه لو تأتى ذلك لكان جذر ٥٨ مئات أو ٥٨٠٠ أكبر من جذر ٥٨٨٤ وهو محال

وبناء على ماذكر يكون جذر أعظم مربع منحصر فى ٥٨ مئات العدد المفروض هو رقم عشرات الجذر الحقيقى وتوضع العملية هكذا

	√٥٨٨٤	٧٦ ناتج الجذر
	٤٩	١٤٦
	٩٨٤	٦
	٨٧٦	٨٧٦
الباقى	١٠٨	

ثم نقول ان أعظم مربع منحصر فى ٥٨ هو ٤٩ وجذره التربيعى ٧ فيكون هو رقم عشرات الجذر وللحصول على رقم آحاد الجذر نقول

من المعلوم اننا لو طرحنا من العـدد المفروض ٤٩ مئات أو ٤٩٠٠ وهو مربع العشرات فان الباقى وهو ٩٨٤ يجب أن يكون مشتملا على الاجزاء الثلاثة الباقية وهى

أولا ـ ضعف العشرات فى الآحاد

ثانيا ـ مربع الآحاد

ثالثا ـ الباقى ان وجد

أما الجزء الاول وهو حاصل ضرب ضعف العشرات فى الآحاد لا يتحصـل منه الا عشرات وهى لا يمكن حصرها الا فى عشرات الباقى ٩٨٤ وهى ٩٨ عشرات التى يمكن أن تحتوى زيادة على ذلك بعض عشرات أخرى ناتجة من مربع الآحاد ومن الباقى ان وجد

وحينئذ اذا فصلنا آحاد هذا الباقى عن عشراته وقسمناها على ضعف عشرات الجذر فلا يكون خارج القسمة أقل من رقم احاد الجذر المطلوب

انما الذى يمكن أن يتأتى وقوعه عنـد أجزاء عمليـة القسمة هو الحصول على رقم أكبر من رقم الآحاد ولذا يجب تجربته

وحيث ان خارج قسمة ٩٨ عشرات على ١٤ وهو ضعف عشرات الجذر هو ٧ لزم تجربته باحدى الطريقتين الآتيتين

الاولى ــ أن يربع ناتج الجذر ٧٧ ثم يقارن هذا المربع بالعدد المفروض فان تيسر طرحه منه فلا يكون الرقم الجارى تجربته كبيرا والا ينقص واحدا بعد واحد حتى يتأتى الطرح وحيث ان مربع عدد ٧٧ هو ٥٩٢٩ وهو أكبر من ٥٨٨٤ فيكون رقم ٧ كبيرا واذن يجب تجربة رقم ٦

الثانية ــ وهى المعتاد اجراؤها بان يكون الجزآن الباقيان من مربع ناتج الجذر باعتبار أن عدد ٧ هو رقم آحاد الجذر ثم يقارن مجموعهما بالباقى ٩٨٤ فان تيسر طرحه منه فلا يكون الرقم الجارى تجربته كبيرا والا ينقص واحدا بعد واحد حتى يتأتى الطرح وحيث ان الحواصل الثلاثة المؤلف منها مربع عدد ٧٧ هى $٧^٢ + (٧ \times ٧٠) \times ٢ + ٧٠^٢$

وقد سبق طرح $٧٠^٢$ أو ٤٩٠٠ من العدد المعلوم فيكون الحاصلان الباقيان من المربع هما

$$٧(٧ + ٧٠ \times ٢) = ٧^٢ + ٧ \times ٧٠ \times ٢ = ٧^٢ + (٧ \times ٧٠) \times ٢$$
$$١٠٢٩ = ٧ \times ١٤٧ = ٧(٧ + ١٤٠) =$$

وهو عدد أكبر من ٩٨٤ فيكون رقم ٧ كبيرا واذن فيجب تجربة رقم ٦

لكنه بالتأمل الى الطريقة الثانية التى اتبعت فى تجربة رقم ٧ يشاهد أنه وضع رقم ٧ وهو رقم آحاد الجذر الجارى تجربته على يمين ١٤ وهو ضعف ناتج الجذر ثم ضرب الناتج من ذلك وهو ١٤٧ فى رقم الآحاد المذكور

و بتجربة رقم ٦ بالطريقة المذكورة نرى أن $١٤٦ \times ٦ = ٨٧٦$ أصغر من العدد ٩٨٤ فيكون رقم ٦ اذن هو رقم آحاد الجذر ويكون عدد ٧٦ هو جذر أعظم مربع منحصر فى العدد المفروض ٥٨٨٤ والباقى هو ١٠٨

مثال آخر ــ ليكن المطلوب استخراج الجذر التربيعى للعدد ٣٧٨٩٦٣ نضع العملية هكذا

√ ٣٧'٨٩'٦٣	٦١٥
٣٦	١٢١
١٨'٩	١
١٢١	١٢١
٦٨٦'٣	١٢٢٥
٦١٢٥	٥
٧٣٨	٦١٢٥

ثم نقول حيث ان العدد المفروض أكبر من ١٠٠ فيكون جذره أكبر من ١٠ أعنى مؤلفا من آحاد وعشرات ولما كان مربع عشراته لا ينحصر الا فى ٣٧٨٩ عشرات العدد المفروض كان جذر أعظم مربع لها هو عشرات الجذر المطلوب

وللوصول الى جذر أعظم مربع منحصر فى ٣٧٨٩ عشرات العدد المفروض نقول اننا اذا أجرينا هنا أعمالا مشابهة للتى اجريت فى المثال السابق نجد أن ٦١ هو جذر أعظم مربع منحصر فى ٣٧٨٩ أو فى ١٦ مئات العدد المفروض

وحيث ان ٦١ هو عشرات الجذر الكلى لزمنا البحث عن رقم آحاد الجذر المطلوب فنقول اذا طرحنا من العدد الكلى مربع ٦١ عشرات أو ٦١٠² كان الباقى وهو ٦٨٦٣ مشتملا على حاصلين جزئيين وهما ضعف العشرات فى الآحاد ومربع الآحاد وعلى الباقى ان وجد وباعادة البراهين التى تقدمت فى المثال السابق عند تعيين رقم آحاد لجذر نجد أن عدد ٥ هو رقم آحاد الجذر ويكون عدد ٦١٥ هو ناتج الجذر وعدد ٧٣٨ هو الباقى ومما ذكر تنتج هذه القاعدة

(٣٦٨) القاعدة العمومية لاستخراج الجذر التربيعى لعدد صحيح يبدأ بقسمة هذا العدد الى فصول زوجية من جهة اليمين وقد لا يحتوى الفصل الاخير من جهة الشمال الاعلى رقم واحد ثم يستخرج الجذر التربيعى لاعظم مربع منحصر فى الفصل الاخير فيكون هو رقم أعلى رتبة من الجذر المطلوب ثم يطرح مربع هذا الرقم من الفصل الاخير وينزل على يمين باقى الطرح الفصل الثانى من جهة الشمال ويفصل آحاد العدد الناتج من ذلك عن عشراته بفاصل وتقسم تلك العشرات على ضعف الرقم الذى يحصل فى الجذر فخارج القسمة المتحصل يكون اما ثانى رقم للجذر المطلوب واما أكبر منه فلذا يجب تجربته بواسطة وضعه على يمين ضعف ناتج الجذر الذى كان مقسوما عليه وضرب العدد المكون من ذلك فى عين هذا الرقم فان أمكن طرح حاصل الضرب من العدد المكون من الباقى الاول ومن الفصل الثانى من جهة الشمال الذى صار تنزيله بجانبه كان الرقم الجارى تجربته حقيقيا والا فتعاد التجربة على الرقم الذى ينقص عنه واحدا ومتى تحصلنا على الرقم الثانى للجذر فاننا ننزل على يمين الباقى الثانى الفصل الثالث من جهة الشمال وهكذا يستمر العمل حتى تنزل جميع فصول العدد المفروض

تنبيهات

الاول — عدد أرقام ناتج الجذر يكون مساويا بالضرورة لعدد الفصول المشتمل عليها العدد المفروض

الثانى ـ انه فى حالة عدم امكان اجراء احدى عمليات القسمة المذكورة فى القاعدة السابقة فان خارج القسمة فيها يكون ضرورة صفرا وهذا يدل على أن ناتج الجذر لم يكن مشتملا على وحدات من الرتبة المناظرة له واذن فيوضع صفر فى ناتج الجذر وينزل الفصل الذى عليه الدور بجانب الباقى الاخير ويداوم فى اجراء العمل كالعادة

الثالث ـ ان كثرة التحسيسات التى تحصل عند اجراء عملية الجذر فى تجربة رقم خارج القسمة خشية الحصول على رقم أكبر من الرقم الحقيقى ربما أوقع فى رقم يكون أصغر من الرقم الحقيقى غير أنه يتحقق من ذلك متى وجد أن باقى العملية يزيد عن ضعف ناتج الجذر

مثال ذلك ـ اذا فرض أنه تحصل عدد ٣٢ فى ناتج عملية جذر وكان الباقى الذى تحصل فيها مساويا بالاقل الى ٢ × ٣٢ + ١ فان ذلك يدل على أن ناتج الجذر هو أقل بواحد عن الحقيقى بمعنى أنه يجب أن يكون ٣٣ لا ٣٢ وذلك لان (٣٦٥ نتيجة ٢) ٣٣^٢ = ٣٢^٢ + ٢ × ٣٢ + ١

الرابع ـ يمكن اختصار عملية الجذر بواسطة اجراء عمليتى الضرب والطرح معا فى آن واحد كما فعل مثل ذلك فى عملية القسمة وحينئذ فتوضع العملية السابقة على هذه الصورة

٦١٥	٣٧‘٨٩‘٦٣ √
١ × ١٢١	١٨‘٩
٥ × ١٢٢٥	٦٨٦‘٣
	٧٣٨

(٣٦٩) لعمل ميزان عملية الجذر يربع ناتج الجذر ويضم الى الناتج باقى العملية ان وجد فلابد وأن يكون المجموع مساويا للعدد المفروض

المبحث الثالث

(فى المربع والجذر التربيعى لكسر اعتيادى)

(٣٧٠) القاعدة الاولى ـ لتربيع كسر اعتيادى يرفع كل من حديه الى القوة الثانية فعلى هذا يكون $\left(\frac{٤}{٥}\right)^{٢} = \frac{٤^{٢}}{٥^{٢}}$

وذلك لان $\left(\frac{٤}{٥}\right)^{٢}$ يساوى على مقتضى التعريف العام للتربيع $\frac{٤}{٥} \times \frac{٤}{٥} \times \frac{٤^{٢}}{٥^{٢}} = \frac{١٦}{٢٥}$

ويؤخذ مما ذكر أنه اذا أريد رفع أى كسر الى أى قوة كانت وجب رفع كل حد من حديه الى تلك القوة فاذا أريد رفع الكسر $\frac{٥}{٦}$ الى القوة السابعة مثلا تحصل $\left(\frac{٥}{٦}\right)^{٧} = \frac{٥^{٧}}{٦^{٧}}$

تنبيه ـ أما اذا كان الكسر المراد رفعه الى أى قوة كانت مصحوبا بعدد صحيح فانه يجب قبل الرفع تحويل العدد الصحيح والكسر الى عدد كسرى ثم اجراء عملية الرفع بعد ذلك

فاذا أريد رفع العدد الكسرى $\frac{٣}{٤}$ ٥ الى التربيع حدث

$$\left(٥ \frac{٣}{٤}\right)^{٢} = \left(\frac{٢٣}{٤}\right)^{٢} = \frac{٢٣^{٢}}{٤^{٢}}$$

(٣٧١) القاعدة الثانية ـ كل كسر غير قابل للاختصار يكون مربعه كذلك

فالكسر $\frac{٤}{٥}$ الغير القابل للاختصار يكون مربعه $\frac{١٦}{٢٥}$ كذلك وذلك لانه حيث كان العددان ٤ و ٥ أوليين معا فقوا هما تكون كذلك

(٣٧٢) القاعدة الثالثة ـ لايمكن أن يكون العدد الصحيح مربعا لعدد كسرى

وذلك لان العدد الكسرى مهما كانت صورته فانه يمكن وضعه دائما على صورة كسرية غير قابلة للاختصار وقد علم من القاعدة السابقة أن مربع أى كسر غير قابل للاختصار لا يكون الا كسرا امثله أى غير قابل للاختصار وبذلك لا يكون عددا صحيحا

(٣٧٣) القاعدة الرابعة ـ اذا كان حدا كسر غير قابل للاختصار غير مربعين فان هذا الكسر لايمكن أن يكون مربعا لاعدد صحيح ولا لعدد كسرى

والبرهنة على ذلك نقول

أولا ـ حيث ان مربع العدد الصحيح هو عدد صحيح فلا يمكن أن يكون الكسر المفروض مربعا لعدد صحيح

ثانيا ـ حيث ان كل عدد كسرى غير قابل للاختصار يمكن وضعه على صورة كسرية غير قابلة للاختصار وأن مربع مثل هذا الكسر الاخير يجب أولا أن يكون غير قابل للاختصار وثانيا أن يكون حداه مربعين فهو اذن مغاير للكسر المفروض وبذلك لا يكون مربعا لعدد كسرى

(٣٧٤) القاعدة الخامسة ـ الجذر التربيعى لعدد كسرى مقربا بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التربيعى للجزء الصحيح من هذا العدد الكسرى

فالجذر التربيعى للعدد الكسرى ٤٦٫٧٢٥ مقربا بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التربيعى للعدد الصحيح ٤٦ وهو ٦ وذلك لان

$$٦^{٢} = ٣٦ \text{ وهو } < ٤٦٫٧٢٥$$

$$٧^{٢} = ٤٩ \text{ وهو } > ٤٦٫٧٢٥$$

واذن فالجذر التربيعي للعدد ٤٦٫٧٢٥ محصور بين العددين ٦ و ٧ وكلاهما يدل عليه مقربا بأقل من واحد صحيح غير أن الاول يدل عليه بالعجز والثانى يدل عليه بالزيادة

وكذلك الجذر التربيعي للعدد الكسرى $\frac{٣٤٧}{١١}$ أو $\frac{٦}{١١}$ ٣١ مقربا بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التربيعي للعدد الصحيح ٣١ وهو ٥ وذلك لان

$$٥^٢ = ٢٥ \text{ وهو } < \frac{٦}{١١}\,٣١ \quad \text{و}$$

$$٦^٢ = ٣٦ \text{ وهو } > \frac{٦}{١١}\,٣١$$

واذن فالجذر التربيعي للعدد الكسرى $\frac{٦}{١١}$ ٣٦ محصور بين العددين ٥ و ٦ وكلاهما يدل عليه مقربا بأقل من واحد صحيح غير أن الاول يدل عليه بالعجز والثانى بالزيادة

المبحث الرابع

(فى استخراج الجذر التربيعي للكسر الاعتيادى)

(٣٧٥) لاستخراج الجذر التربيعي لكسر اعتيادى يبدأ أولا بجعل مقامه مربعا كاملا ان لم يكن كذلك ثم يؤخذ الجذر التربيعي لكل واحد من حدى الكسر الناتج ودليل ذلك واضح لانه عندما يراد تربيع أى كسر فانه يرفع كل واحد من حديه الى التربيع

المثال الاول — أن يكون كل واحد من حدى الكسر المفروض مربعا تاما مثل الكسر $\frac{٢٥}{٣٦}$ فانه يحدث

$$\sqrt{\frac{٢٥}{٣٦}} = \frac{\sqrt{٢٥}}{\sqrt{٣٦}} = \frac{٥}{٦} \quad \text{وذلك لان} \quad \left(\frac{٥}{٦}\right)^٢ = \frac{٢٥}{٦^٢} = \frac{٢٥}{٣٦}$$

المثال الثانى — أن يكون مقام الكسر وحده مربعا كاملا فقط مثل الكسر $\frac{٢٨}{٤٩}$ فلاستخراج الجذر التربيعي لهذا الكسر نقول حيث ان الجذر التربيعي لعدد ٢٨ محصور بين ٥ و ٦ فيكون الجذر التربيعي للكسر محصورا بين $\frac{٥}{٧}$ و $\frac{٦}{٧}$ وكلاهما يدل عليه مقربا بأقل من $\frac{١}{٧}$ غير أن الاول منهما يدل عليه بالعجز والثانى بالزيادة

المثال الثالث — أن يكون مقام الكسر المطلوب استخراج جذره التربيعي غير مربع كامل مثل الكسر $\frac{١٤}{١٩}$ فنقول من المعلوم أنه يمكن جعل مقام هذا الكسر مربعا كاملا بواسطة ضرب حديه فى نفس المقام هكذا

$$\frac{١٤}{١٩} = \frac{١٤\times١٩}{١٩^٢} = \frac{٢٦٦}{١٩^٢}$$

وبأخذ الجذر التربيعي يحدث

$$\sqrt{\frac{١٤}{١٩}} = \sqrt{\frac{٢٦٦}{١٩^٢}} = \frac{١٧}{١٩} \text{ مقربا بأقل من } \frac{١}{١٩}$$

وبمثل ذلك يكون

$$\sqrt{\frac{١٦}{٤٥}} = \sqrt{\frac{١٦\times٤٥}{٤٥^٢}} = \sqrt{\frac{٧٢٠}{٤٥^٢}} = \frac{\sqrt{٧٢٠}}{٤٥} = \frac{٢٦}{٤٥} \text{ مقربا بأقل من } \frac{١}{٤٥}$$

تنبيه ١ — يتوصل أحيانا الى جعل مقام الكسر المطلوب استخراج جذره التربيعي مربعا تاما بطريقة أخرى وهي أن يحلل مقام الكسر الى عوامله الاولية ثم يبحث عن العوامل التي اذا ضربت في المقام تجعل جميع اسس عوامله زوجية ثم يضرب حاصل ضرب تلك العوامل في حدى الكسر المفروض ويجرى العمل كما سبق

مثال ذلك

$$\frac{١٦}{٤٥} = \frac{١٦}{٣^٢\times٥} = \frac{١٦\times٥}{٣^٢\times٥^٢}$$

ومنه يحدث

$$\sqrt{\frac{١٦}{٤٥}} = \sqrt{\frac{١٦\times٥}{٣^٢\times٥^٢}} = \frac{\sqrt{٨٠}}{٣\times٥} = \frac{٨}{١٥} \text{ مقربا بأقل من } \frac{١}{١٥}$$

وهذه الطريقة وان كانت أسرع عملا من السابقة لكن مقدار ناتج الجذر فيها أقل قربا من الاولى لانه يتحصل من الطريقة الاولى أن مقدار الجذر هو $\frac{٢٦}{٤٥}$ مقربا بأقل من $\frac{١}{٤٥}$ وقد تحصل من هذه الحالة الاخيرة المقدار $\frac{٨}{١٥}$ وهو قريب من الحقيقة بأقل من $\frac{١}{١٥}$

تنبيه ٢ — قد ذكرنا في جميع ما سبق من الامثلة لزوم جعل مقام الكسر المراد أخذ جذره التربيعي مربعا تاما اذ بدون ذلك لا يتأتى حصر درجة التقريب فاذا أخذ الجذر التربيعي للكسر $\frac{٢٨}{٥٩}$ بدون أن يجعل مقامه مربعا كاملا تحصل $\sqrt{\frac{٢٨}{٥٩}} = \frac{٥}{٧}$ وهو كسر وان كان يقرب من الجذر المطلوب الا أنه لا يمكن حصر درجة قربه منه لانه لما كان المقام ٧ قريبا من المقام الحقيقي فلا يعلم اذن مقدار الاجزاء التي انقسم اليها الواحد الصحيح

(٣٧٦) أما اذا كان الكسر المطلوب أخذ جذره مصحوبا بعدد صحيح وجب أولا تحويلهما الى صورة كسرية ثم يطبق عليها العملية المعتادة فاذا أريد استخراج الجذر التربيعي للعدد الكسرى $٤\frac{٥٩}{٦٤}$ تحصل

$$\sqrt{٤\frac{٥٩}{٦٤}} = \sqrt{\frac{٣١٥}{٦٤}} = \frac{١٧}{٨} \text{ مقربا باقل من } \frac{١}{٨}$$

المبحث الخامس

(فى تربيع الكسر الاعشارى)

(٣٧٧) لما كان مربع أى عدد هو العدد الناتج من ضربه فى نفسه فلا صعوبة اذن فى تربيع الكسر الاعشارى انما يجب هنا ملاحظة أمرين أولهما أن مربع الكسر الاعشارى يجب أن يحتوى على أرقام اعشارية بقدر ضعف الارقام الاعشارية الموجودة فى العدد المفروض وثانيهما ان مربع أى عدد منته من جهة اليمين برقم معنوى لا يكون منتهيا أبدا بصفر كما ثبت ذلك (بنمرة ٣٦٣ نتيجة) وبناء عليه فكل عدد أعشارى منته من جهة اليمين بصفر أو كان عدد أرقامه الاعشارية فرديا لا يكون مربعا تاما

المبحث السادس

(فى استخراج الجذر التربيعى لكسر أعشارى)

(٣٧٨) القاعدة العمومية لاستخراج الجذر التربيعى لكسر أعشارى يبدأ أولا بجعل أرقامه الاعشارية زوجية ان لم تكن كذلك بواسطة وضع صفر على يمينه ثم يقطع النظر بعد ذلك عن فاصل الاعشار ويستخرج الجذر التربيعى للعدد الموجود كانه عدد صحيح مقربا بأقل من واحد صحيح ويفصل من ناتج الجذر أرقام أعشارية بقدر نصف عدد الارقام الاعشارية الموجودة فى العدد المفروض بعد وضع الصفر على يمينه لو كان حصل ذلك وبذلك يتوصل الى الجذر المطلوب مقربا بأقل من واحد من المنزلة الاخيرة منه

المثال الاول ــ اذا أريد استخراج الجذر التربيعى للعدد الاعشارى ٢٩٫٤٥٦٨ نقول من المعلوم أن

$$\frac{٢٩٤٥٦٨}{١٠٠^{٢}} = \frac{٢٩٤٥٦٨}{١٠٠٠٠} = ٢٩٫٤٥٦٨$$

ويحدث

$$٠٫٠١ \text{ مقربا باقل من } ٥٫٤٢ = \frac{٥٤٢}{١٠٠} = \sqrt{\frac{٢٩٤٥٦٨}{١٠٠^{٢}}} = \sqrt{٢٩٫٤٥٦٨}$$

المثال الثانى ــ اذا أريد استخراج الجذر التربيعى للعدد الاعشارى ٢٩٫٤٥٦ نقول ان

$$\frac{٢٩٤٥٦٠}{١٠٠٠٠} = ٢٩٫٤٥٦٠ = ٢٩٫٤٥٦$$

واذن يكون

$$٠٫٠١ \text{ مقربا بأقل من } ٥٫٤٢ = \frac{٥٤٢}{١٠٠} = \sqrt{\frac{٢٩٤٥٦٠}{١٠٠٠٠}} = \sqrt{٢٩٫٤٥٦٠} = \sqrt{٢٩٫٤٥٦}$$

وهذان المثالان يحققان القاعدة

المبحث السابع
(فى تقريب الجذور التربيعية)

(٣٧٩) الغرض من استخراج الجذر التربيعى لعدد مّا مقربا بالجز بأقل من ١,٠ أومن ٠١,٠ أومن ٠٠١,٠ أو ٠٠٠٠,٠ من $\frac{١}{٧}$ أومن ... الخ هو ايجاد أعظم عدد من أجزاء الاعشار أو أجزاء المئين أو أجزاء الالوف أو أجزاء الاسباع أو الخ يكون مربعه منحصرا فى العدد المفروض

فالجذر التربيعى لعدد ٢ مقربا بالجز بأقل من ٠١,٠ هو ١,٤١ وأما ١,٤٢ فهو جذر العدد المفروض مقربا بالزيادة بأقل من ٠١,٠

وذلك لان

$$(١,٤١)^٢ = ١,٩٨٨١ \text{ وهو } < ٢ \text{ و}$$
$$(١,٤٢)^٢ = ٢,٠١٦٤ \text{ وهو } > ٢$$

وكذلك الجذر التربيعى للكسر $\frac{٢٨}{٤٩}$ هو $\frac{٥}{٧}$ مقربا بالجز بأقل من $\frac{١}{٧}$ والمقدار $\frac{٦}{٧}$ هو جذره مقربا بالزياده بأقل من $\frac{١}{٧}$

وذلك لان

$$\left(\frac{٥}{٧}\right)^٢ = \frac{٢٥}{٤٩} \text{ وهو } < \frac{٢٨}{٤٩} \text{ و}$$
$$\left(\frac{٦}{٧}\right)^٢ = \frac{٣٦}{٤٩} \text{ وهو } > \frac{٢٨}{٤٩}$$

(٣٨٠) والقاعدة العمومية لاستخراج الجذر التربيعى لعدد مّا صحيحا كان أو كسريا بحيث يكون مقربا بدرجة تقريب مّا معينة مدلول عليها بكسر بسطه الوحدة هى أن يضرب العدد المعلوم فى مربع مقام الكسر المراد التقريب اليه ثم يستخرج الجذر التربيعى لحاصل الضرب مقربا بأقل من واحد صحيح ويقسم الناتج على المقام المذكور

فاذا أريد مثلا استخراج الجذر التربيعى لعدد ٣٤٧ مقربا بأقل من $\frac{١}{١٠٠}$ نقول من المعلوم أن

$$٣٤٧ = \frac{٣٤٧ \times ١٠٠^٢}{١٠٠^٢} = \frac{٣٤٧٠٠٠٠}{١٠٠^٢}$$

واذن يكون

$$\sqrt{٣٤٧} = \sqrt{\frac{٣٤٧ \times ١٠٠^٢}{١٠٠^٢}} = \sqrt{\frac{٣٤٧٠٠٠٠}{١٠٠}} = \frac{١٨٦٢}{١٠٠} = ١٨,٦٢ \text{ مقربا باقل من } ٠١,٠$$

فهذا المثال وما سنورده بعده من الامثلة محققة للقاعدة

مثال آخر ـ ليكن المطلوب استخراج الجذر التربيعي لعدد ٨٫٤١٨٧٠٢٣٥ مقربا بأقل من $\frac{١}{١٠٠٠}$ نقول

حيث ان عدد ٨٫٤١٨٧٠٢٣٥ = $\frac{٨٤١٨٧٠٢٫٣٥}{١٠٠٠^٢}$ وان الجذر التربيعي للبسط مقربا بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التربيعي لعدد ٨٤١٨٧٠٢ (كما ذكر بنمرة ٣٧٤) وهو مساو الى ٢٩٠١ فيكون اذن

$$\sqrt{\frac{٨٤١٨٧٠٢٫٣٥}{١٠٠٠^٢}} = \frac{٢٩٠١}{١٠٠٠} = ٢٫٩٠١ \text{ مقربا بأقل من } \frac{١}{١٠٠٠}$$

مثال ثالث ـ ليكن المطلوب استخراج الجذر التربيعي للعدد الكسرى $٤\frac{٣}{٧}$ مقربا بأقل من $\frac{١}{١٠٠}$ نقول ان $٤\frac{٣}{٧} = \frac{٣١}{٧} = \frac{\frac{٣١}{٧} \times ١٠٠^٢}{١٠٠^٢} = \frac{٤٤٢٨٥\frac{٥}{٧}}{١٠٠^٢}$ وان الجذر التربيعي لعدد $٤٤٢٨٥\frac{٥}{٧}$ مقربا من واحد صحيح هو ٢١٠ فيكون

$$\sqrt{٤\frac{٣}{٧}} = \sqrt{\frac{٣١}{٧}} = \sqrt{\frac{\frac{٣١}{٧} \times ١٠٠^٢}{١٠٠^٢}} = \sqrt{\frac{٤٤٢٨٥\frac{٥}{٧}}{١٠٠^٢}} = \frac{٢١٠}{١٠٠} = ٢٫١٠$$

مقربا بأقل من $\frac{١}{١٠٠}$

مثال رابع ـ وأخيرا اذا أريد استخراج الجذر التربيعي للعدد الكسرى $٣\frac{٢}{٧}$ مقربا بأقل من $\frac{١}{٣٠}$ نقول ان $٣\frac{٢}{٧} = \frac{٢٣}{٧} = \frac{\frac{٢٣}{٧} \times ٣٠^٢}{٣٠^٢} = ٢٩٥٧\frac{١}{٧}$ وحيث ان $\sqrt{٢٩٥٧\frac{١}{٧}} = ٥٤$ مقربا بأقل من واحد صحيح يكون $\sqrt{\frac{٢٩٥٧\frac{١}{٧}}{٣٠^٢}} = \frac{٥٤}{٣٠}$ مقربا بأقل من $\frac{١}{٣٠}$

تنبيه ـ حيث ان المعتاد فى الاعمال هو استخراج الجذر التربيعي مقربا بأقل من $\frac{١}{١٠}$ أو من $\frac{١}{١٠٠}$ أو من $\frac{١}{١٠٠٠}$ أو من . . . الخ أمكن وضع القاعدة السابقة على الصورة الآتية

(٣٨١) لاستخراج الجذر التربيعي لعدد مّا مقربا بأقل من $\frac{١}{١٠}$ أو من $\frac{١}{١٠٠}$ أو من $\frac{١}{١٠٠٠}$ أو من . . . الخ يقوّم العدد المعلوم بعدد أعشارى يحتوى على أرقام أعشارية بقدر ضعف الارقام الاعشارية المطلوب ايجادها فى ناتج الجذر ثم يستخرج الجذر التربيعي لهذا العدد الاعشارى كما لو كان عددا صحيحا ويفصل من يمين ناتج الجذر أرقام أعشارية بقدر الارقام المدلول عليها بدرجة التقريب

(٣٨٢) كل عدد لم يكن مربعا تاما يقال له غير جذرى و يقال لجذره أصم

(٣٨٣) الجذر التربيعي الاصم هو النهاية المشتركة التي يقرب منها مقاديره التقريبية التي تكون اما بالعجز واما بالزيادة بأقل من ١ر٠ أو من ٠١ر٠ أو من ٠٠١ر٠ أو من ... الخ فعلى هذا يعتبر $\sqrt{3}$

من جهة أنه نهاية مقاديره التقريبية ٧٠ر١ و ٧٣ر١ و ٧٣٢ر١ و ... الخ بالعجز بأقل من $\frac{1}{10}$ أو من $\frac{1}{100}$ أو من $\frac{1}{1000}$ أو من ... الخ

ومن جهة أخرى أنه نهاية مقاديره التقريبية ٨٠ر١ و ٧٤ر١ و ٧٣٣ر١ أو ... الخ بالزيادة بأقل من $\frac{1}{10}$ أو من $\frac{1}{100}$ أو من $\frac{1}{1000}$ أو من ... الخ

وأن سلسلتي الاعداد السابقتين تقربان من نهاية واحدة

وللبرهنة على ذلك نقول اذا تأملنا الى أعداد السلسلتين المذكورتين نرى أولا أن أعداد السلسلة الاولى آخذة في الزيادة وأن أعداد السلسلة الثانية آخذة في النقص وثانيا أن كل عدد من أعداد السلسلة الاولى أقل من نظيره من أعداد السلسلة الثانيـة فيكون الفرق بين الاعداد المتناظرة من السلسلتين آخذ ضرورة في النقص وحينئذ اذا أخذ مقدار أعداد السلسلتين في الزيادة الى غير نهاية أخذ الفرق بين الاعداد المتناظرة فيهما في النقص الى الصفر وبناء عليه فتكون نهايتا السلسلتين واحدة وهو $\sqrt{3}$

الفصـــــل الثـانى

(فى المكعب والجـــذر التكعيبى)

المبحث الاول

(فى المكعب والجذر التكعيبى لعدد صحيح)

(٣٨٤) حيث ان مكعب أى عـدد هو حاصل ضربه فى نفسه مرتين أو هو حاصـل ضربه فى مربعه تكون مكعبات التسعة أعداد الاول هى

أعـداد	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
مكعبات	١	٨	٢٧	٦٤	١٢٥	٢١٦	٣٤٣	٥١٢	٧٢٩

وبالتأمل فى هذا الجدول نستنتج منه الامرين الآتيين

الاول ــ ان جميع الاعـداد ليست كلها مكعبات وذلك لان بين العـــددين ٢٧ و ٦٤ اللذين هما مكعبا العـددين المتواليـين ٣ و ٤ يوجد ستة وثلاثون عددا ليست بمكعبات

وكذا يوجد بين العددين ٦٤ و ١٢٥ اللذين هما مكعبا العددين المتواليين ٤ و ٥ ستون عددا ليست بمكعبات وهكذا

ومتى لم يكن العدد مكعبا فلا يكون له ضرورة جذر حقيقى بل يكون جذره تقريبيا وهو جذر أعظم مكعب منحصر فيه فعدد ٣٦ مثلا الذى لم يكن من جملة المكعبات ليس له جذر تكعيبى حقيقى انما حيث انه محصور بين المكعبين ٢٧ و ٦٤ فيكون عدد ٢٧ هو أعظم مكعب منحصر فيه ويكون جذره التكعيبى ٣ هو الجذر التكعيبى التقريبى لعدد ٣٦

أما عدد ٩ الدال على الفرق بين العدد المعلوم ٣٦ وبين ٢٧ وهو أعظم مكعب منحصر فيه فانه يسمى بالباقى

الثانى ـ المكعب التام يمكن أن يكون مبدوأ من جهة اليمين بواحد من الارقام التسعة المعنوية

(٣٨٥) القاعدة الاولى ـ كل عدد مبدوء من جهة اليمين بصفر أو بعدة أصفار فان مكعبه يجب أن يكون منتهيا من جهة اليمين أيضا بأصفار يكون عددها مساويا الى ثلاثة أمثال عدد الاصفار الموجودة على يمين العدد الاصلى

وذلك لانه

أولا ـ $١٠^{٣} = ١٠ \times ١٠ \times ١٠ = ١٠٠٠$

ثانيا ـ $٤٥٠٠^{٣} = ٤٥٠٠ \times ٤٥٠٠ \times ٤٥٠٠ = ١٠٠ \times ١٠٠ \times ١٠٠$

$\times ٤٥ \times ٤٥ \times ٤٥ = ١٠٠٠٠٠٠ \times ٤٥ \times ٤٥ \times ٤٥$

$= ٩١١٢٥٠٠٠٠٠٠$

وينتج من ذلك أن مكعب أى عشرات لا يكون إلا ألوفا

(٣٨٦) القاعدة الثانية ـ مكعب مجموع عددين يتركب دائما من أربعة أجزاء وهى

أولا ـ مكعب العدد الاول

ثانيا ـ حاصل ضرب ثلاثة أمثال مربع العدد الاول فى الثانى

ثالثا ـ حاصل ضرب العدد الاول فى مربع الثانى

رابعا ـ مكعب العدد الثانى

أعنى أن $(٨+٥)^{٣} = ٨^{٢} + ٣ \times ٨^{٢} \times ٥ + ٣ \times ٨ \times ٥^{٢} + ٥^{٣}$

وللبرهنة على ذلك نقول

لرفع المجموع $٨ + ٥$ الى القوة الثالثة يجب على مقتضى التعريف ضربه فى نفســه مرتين أو ضربه فى مربعه

وحيث ان مربع المجموع $٨ + ٥$ هو بناء على ما سبق $٨^٢ + ٢ \times ٨ \times ٥ + ٥^٢$ فاذا ضرب هــذا الحاصل فى ٨ أى ضرب كل جزء من أجزائه فى ٨ ثم فى ٥ كذلك وجمع الحاصلان على بعضهما تحصل

	$٨^٢ + ٢ \times ٨ \times ٥ + ٥^٢$
	$٨ + ٥$
حاصل ضرب المضروب فى ٨	$٨^٣ + ٢ \times ٨^٢ \times ٥ + ٨ \times ٥^٢$
حاصل ضرب المضروب فى ٥	$٨^٢ \times ٥ + ٢ \times ٨ \times ٥^٢ + ٥^٣$
الحاصل الكلى	$٨^٣ + ٣ \times ٨^٢ \times ٥ + ٣ \times ٨ \times ٥^٢ + ٥^٣$

وهذا الناتج محقق للقاعدة

ومما ذكر ينتج

أولا ـ مكعب أى عدد أكبر من ١٠ يتركب من أربعــة أجزاء أو أربعة حواصل جزئيــة وهى مكـــعب العشرات وثلاثة أمثال مربع العشرات فى الآحاد وثلاثة أمثال العشرات فى مربع الآحاد ومكعب الآحاد وذلك لان كل عـدد أكبر من ١٠ يمكن اعتباره كانه مؤلف من مجموع عددين أحدهما آحاده وثانيهما عشراته مثل ٦٥ فانه يساوى ٦ عشرات + ٥ آحاد وبناء على ما تقدم يكون

$$٦٥^٣ = (٦٠ + ٥)^٣ = ٦٠^٣ + ٣ \times ٦٠^٢ \times ٥ + ٣ \times ٦٠ \times ٥^٢ + ٥^٣$$

ثانيـا ـ الفرق بين مكعبى عددين صحيحين متواليين يساوى ثلاثة أمثـال مربع العــدد الاصغر زائدا ثلاثة أمثال هذا العدد زائدا واحدا

والفرق بين مكعبى العددين المتواليين ١٥ و ١٦ أو $(١٥ + ١)$ هو

أولا $١٦^٣$ أو $(١٥ + ١)^٣ = ١٥^٣ + ٣ \times ١٥^٢ \times ١ + ٣ \times ١٥ \times ١^٢ + ١^٣$

ثانيا $١٥^٣ = ١٥^٣$

وبطرح المتساوية الثانية من الاولى يحــدث $(١٥ + ١)^٣ - ١٥^٣ = ٣ \times ١٥^٢ + ٣ \times ١٥ + ١$ وهو ناتج موافق للمنطوق

المبحث الثانى

(فى الجذر التكعيبى لعدد صحيح)

(٣٨٧) الحالة الاولى ـ أن يكون العدد المطلوب استخراج جذره التكعيبى أقل من ١٠٠٠ مثل ٣٧٥ نقول حيث ان هذا العدد أقل من ١٠٠٠ فيكون جذره التكعيبى أقل من ١٠ وحيث انه غير موجود فى جدول مكعبات الاعداد البسيطة فيكون جذره تقريبيا وهو جذر أعظم مكعب منحصر فيه وحيث انه محصور بين المكعبين المتواليين ٣٤٣ و ٥١٢ فيكون جذره التكعيبى هو ٧ مقربا بأقل من واحد صحيح ويكون الباقى هو ٣٢ لان

٣٢ = ٣٤٣ — ٣٧٥

الحالة الثانية ـ أن يكون العدد المطلوب استخراج جذره التكعيبى أكبر من ١٠٠٠ مثل ٨٤٩٤٧ نقول

حيث ان هذا العدد أكبر من ١٠٠٠ فيكون جذره أكبر من ١٠ أعنى مركبا من آحاد وعشرات ومن المعلوم أنه لو كان هذا الجذر معلوما ورفع الى القوة الثالثة وضم الى الناتج باقى العملية ان وجد لتحصل عدد ٨٤٩٤٧ وبناء عليه فيعتبر هذا العدد كانه مركب من الاجزاء الخمسة الآتية وهى

أولا مكعب العشرات ـ ثانيا ثلاثة أمثال مربع العشرات فى الآحاد ـ ثالثا ثلاثة أمثال العشرات فى مربع الآحاد ـ رابعا مكعب الآحاد ـ خامسا باقى العملية ان وجد

ولما كانت هذه الاجزاء الخمسة ممتزجة مع بعضها ومكونة للعدد المفروض ولا يتأتى حصر أيها فى أى جزء من أجزائه الا مكعب العشرات ناسب الابتداء بالبحث عن رقم عشرات الجذر فنقول

حيث ان مكعب العشرات لا يتأتى منه الا الوف (٣٨٥ نتيجة) فلا يتأتى حصره الا فى ٨٤ الوف العدد المفروض التى يمكن أن تحتوى زيادة على ذلك بعض الوف أخرى ناتجة من الاجزاء الاربعة الاخرى وحينئذ اذا فصلنا آحاد العدد المفروض وعشراته ومئاته عن ألوفه واستخرجنا جذر أعظم مكعب منحصر فيها فلا يكون أقل من رقم عشرات الجذر الحقيقى

وكذا لا يمكن أن يكون أكبر منه لانه لو تأتى ذلك لكان الجذر التكعيبى لعدد ٨٤ ألوف أو ٨٤٠٠٠ أكبر من الجذر التكعيبى لعدد ٨٤٩٤٧ وهو محال

وبناء على ما ذكر يكون جذر أعظم مكعب منحصر فى ٨٤ ألوف هو رقم عشرات الجذر الحقيقى ويوضع العملية هكذا

$\sqrt[3]{٨٤٩٤٧}$

٨٤٩٤٧	٤٣ ناتج الجذر
٦٤	٣ × ٤^٢ = ٤٨
٢٠٩٤٧	٣ × ٤٠^٢ = ٤٨٠٠
١٥٥٠٧	٣ × ٤٠ × ٣ = ٣٦٠
الباقي ٥٤٤٠	٣ × ٣ = ٩
	٥١٦٩
	× ٣
	١٥٥٠٧

ثم نقول ان أعظم مكعب منحصر فى ٨٤ هو ٦٤ وجـذره التكعيبى هو ٤ فيكون هو رقم عشرات الجذر

وللحصول على رقم آحاد الجـذر نقول من المعلوم انا لو طرحنا من العدد المفروض ٦٤ ألوف أو ٦٤٠٠٠ وهو مكعب العشرات فان الباقى وهو ٢٠٩٤٧ يجب أن يكون مشتملا على الاجزاء الاربعة الآتية وهى

أولا ثلاثة أمثال مربع العشرات فى الآحاد ـ ثانيا ثلاثة أمثال العشرات فى مربع الآحاد ـ ثالثا مكعب الآحاد ـ رابعا الباقى ان وجد

أما الجزء الاول وهو ثلاثة أمثال مربع العشرات فى الآحاد فلا يتحصل منه الا مئات وهو لا يمكن حصره الا فى ٢٠٩ مئات الباقى التى يمكن أن تحتوى زيادة على ذلك بعض مئات أخرى ناتجة من الاجزاء الثلاثة الباقية وحينئذ اذا فصلنا آحاد الباقى وعشراته عن مئاته وقسمناها على ثلاثة أمثال مربع عشرات الجذر فلا يكون خارج القسمة أقل من رقم آحاد الجذر المطلوب انما الذى يمكن أن يتأتى وقوعه عند اجراء عملية القسمة هو الحصول على رقم أكبر من رقم الآحاد ولذا يجب تجربته

وحيث ان خارج قسمة ٢٠٩ مئات على ٣ × ٤^٢ = ٤٨ (ثلاثة أمثال مربع عشرات الجذر) هو ٤ فيجب تجربته باحدى الطريقتين الآتيتين

الاولى ـ ان يكعب ناتج الجـذر ٤٤ ويقارن بالعـدد المفروض فاذا تيسر طرحه منه فلا يكون الرقم الجارى تجربته كبيرا والا ينقص واحدا بعد واحد حتى يتأتى الطرح وحيث ان ٤٤^٣ = ٨٥١٨٤ وهو عدد أكبر من ٨٤٩٤٧ دل ذلك على أن رقم ٤ كبـير ولذا يجب تجربة رقم ٣

الثانية — وهي المعتاد اجراؤها في الاعمال أن تكون الحواصل الاربعة لمكعب ناتج الجذر باعتبار أن عدد ٤ هو رقم آحاده ثم يطرح منها مكعب العشرات الذي سبق طرحه من العدد المفروض ثم يقارن مجموع الحواصل الثلاثة الباقية بالباقي فاذا تيسر طرحه منه فلا يكون الرقم الجاري تجربته كبيرا والا ينقص واحدا بعد واحد حتى يتأتى الطرح

أما الحواصل الاربعة لمكعب عدد ٤٤ فهي

$$٤٠^٣ + ٣ \times ٤٠^٢ \times ٤ + ٣ \times ٤٠ \times ٤^٢ + ٤^٣$$

وبطرح مكعب العشرات من هذه الحواصل يكون مجموع الحواصل الثلاثة الباقية هو $٣ \times ٤٠^٢ \times ٤ + ٣ \times ٤٠ \times ٤^٢ + ٤^٣$ أو $٤ \times (٣ \times ٤٠^٢ + ٣ \times ٤٠ \times ٤ + ٤^٢) = ٤ \times (٤٨٠٠ + ٤٨٠ + ١٦) = ٤ \times ٥٢٩٦ = ٢١١٨٤$ وهو عدد أكبر من الباقي ٢٠٩٤٧ فيدل ذلك على أن رقم ٤ الجاري تجربته كبير فلذا يجب تجربة رقم ٣

يشاهد من الطريقة الثانية التي اتبعت في تجربة رقم ٤ أنه قد تكون لسهولة العمل كل واحد من الحواصل الثلاثة بعد قسمته على رقم الآحاد ثم ضرب مجموعها في رقم الآحاد

وبتجربة رقم ٣ بالطريقة المذكورة نرى أن $٣ \times (٣ \times ٤٠^٢ + ٣ \times ٤٠ \times ٣ + ٣^٢) = ١٥٠٠٧$ وهو عدد يمكن طرحه من الباقي ٢٠٩٤٧ فيكون اذن رقم ٣ هو آحاد الجذر ويكون عدد ٤٣ هو جذر أعظم مكعب منحصر في العدد المفروض والباقي هو ٥٤٤٠

مثال آخر — ليكن المطلوب استخراج الجذر التكعيبي للعدد ٥٩٧١٦٠٧١٤٩١٢ نوضع العملية هكذا

$\sqrt[٣]{٥٩٧،١٦٠،٧١٤،٩١٢}$	٨٤٢١		
٥١٢	$٣ \times ٨^٢ = ١٩٢$	$٣ \times ٨٤^٢ = ٢١١٦٨$	$٣ \times ٨٤٢^٢ = ٢١٢٦٨٩٢$
٨٥،١٦٠	$٣ \times ٨٠^٢ = ١٩٢٠٠$	$٣ \times ٨٤٠^٢ = ٢١١٦٨٠٠$	$٣ \times ٨٤٢٠^٢ = ٢١٢٦٨٩٢٠٠$
٨٠٧٠٤	$٣ \times ٨٠ \times ٤ = ٩٦٠$	$٣ \times ٨٤٠ \times ٢ = ٥٠٤٠$	$٣ \times ٨٤٢٠ = ٢٥٢٦٠$
٤٤٥٦،٧١٤	$٤^٢ = ١٦$	$٢^٢ = ٤$	$١^٢ = ١$
٤٢٤٣٦٨٨	٢٠١٧٦	٢١٢١٨٤٤	٢١٢٧١٤٤٦١
٢١٣٠٢٦،٩١٢	$\times ٤$	$\times ٢$	$\times ١$
٢١٢٧١٤٤٦١	٨٠٧٠٤	٤٢٤٣٦٨٨	٢١٢٧١٤٤٦١
٣١٢٤٥١			

ثم نقول ان مكعب عشرات الجذر لا ينحصر الا فى ألوف العدد المفروض ٥٩٧١٦٠٧١٤٩١٢
فاذا فصلنا آحاد وعشرات ومئات هذا العدد عن ألوفه بفاصل واستخرجنا جذر أعظم مكعب
منحصر فى ٥٩٧١٦٠٧١٤ الوف فانا نتوصل الى عشرات الجذر المطلوبة

لكنه لما كان العدد ٥٩٧١٦٠٧١٤ أكبر من ١٠٠٠ فيكون جذره أكبر من ١٠ أى
مركب من آحاد وعشرات وان مكعب هذه العشرات الجديدة لا ينحصر الا فى ألوف العدد
٥٩٧١٦٠٧١٤ فاذا فصلنا آحاد وعشرات ومئات هذا العدد عن ألوفه لزمنا أن نستخرج
جذر أعظم مكعب منحصر فى ٥٩٧١٦٠ وهى عملية يتأتى اجراؤها كما فى المثال السابق

وحيث ان الجذر التكعيبى لعدد ٥٩٧١٦٠ هو ٨٤ فيكون هو عشرات الجذر التكعيبى
لعدد ٥٩٧١٦٠٧١٤ وان الباقى وهو ٤٤٥٦٧١٤ لا يشتمل الا على ثلاث حواصل جزئية
وعلى الباقى ان وجد

ثم اذا بحثنا بالطريقة المتقدمة على رقم آحاد هذا الجذر نجد أنه ٢ وحينئذ يكون الجذر التكعيبى
لعدد ٥٩٧١٦٠٧١٤ هو ٨٤٢

غير أنه يمكن اعتبار عدد ٨٤٢ دالا على عشرات الجذر التكعيبى للعدد ٥٩٧١٦٠٧١٤٩١٢
واذن فلم يبق علينا الا البحث عن رقم الآحاد بالطريقة المذكورة وحيث ان هذا الرقم هو ١
فيكون الجذر التكعيبى للعدد المفروض هو ٨٤٢١ والباقى هو ٣١٢٤٥١

ومما تقدم جميعه يمكن أن نستنتج القاعدة العمومية الآتية .

(٣٨٨) القاعدة العمومية لاستخراج الجذر التكعيبى لعدد صحيح يقسم الى فصول يحتوى كل
منها على ثلاثة أرقام بالابتداء من اليمين أما الفصل الاخير من جهة الشمال فقد لا يحتوى الا على
رقم أو رقمين فقط ثم يستخرج الجذر التكعيبى لهذا الفصل الاخير فيتحصل على أعلى رقم من ناتج
الجذر ثم يكعب هذا الرقم ويطرح مكعبه من الفصل الاخير من جهة الشمال وينزل على يمين
الباقى الفصل التالى للفصل الآخير من جهة الشمال ويفصل الرقمان الاولان من جهة اليمين
من العدد المتكون من ذلك وتقسم مئاته على ثلاثة أمثال مربع رقم الجذر الذى تحصل فيدل
خارج القسمة اما على الرقم الثانى للجذر أو على رقم أعلى منه ولذا يجب تجربة هذا الرقم بواسطة
تكوين الاجزاء الثلاثة الباقية من المكعب فان كان مجموعها يمكن طرحه من العدد المؤلف من
الباقى الاول والفصل الثانى من جهة الشمال من العدد المفروض دل ذلك على أن الرقم الجارى
تجربته ليس كبيرا وان لم يتأت الطرح لزم تنقيصه واحدا بعد واحد حتى يتأتى الطرح

ومتى تحصلنا على الرقم الثانى للجذر فانا ننزل على يمين الباقى الثانى الفصل الثالث من جهة الشمال ثم يفصل من يمين العدد المتكوّن بهذه المثابة الرقمان الاولان ويقسم الجزء الباقى منه على ثلاثة أمثال مربع العدد المتحصل فى الجذر فيدل خارج القسمة بعد تحقيقه على الرقم الثالث للجذر وهكذا يستمر العمل حتى ينتهى انزال واستعمال باقى فصول العدد المفروض

تنبيهات

الاول ــ من المعلوم أن ناتج الجذر يشتمل على أرقام يساوى عددها عدد الفصول الثلاثية التى انقسم اليها العدد المفروض

الثانى ــ فى حالة ما يتحصل من احدى عمليات القسمة خارج مساو للصفر فان ذلك يدل على أن الجذر لا يشتمل على وحدات من الرتبة المناظرة له ولذا يوضع صفر فى ناتج الجذر وينزل فصل جديد على يمين الباقى الاخير ثم يستمر فى العمل كالجارى

الثالث ــ ان كثرة التحسيسات التى تحصل عند اجراء عملية الجذر فى تجربة رقم خارج القسمة خشية الحصول على رقم أكبر من الرقم الحقيقى ربما أوقع فى رقم يكون أصغر من الرقم الحقيقى غير أنه يتحقق من ذلك متى وجد أن باقى عملية القسمة يزيد عن ثلاثة أمثال مربع ناتج الجذر المتحصل زائد ثلاثة أمثاله

فاذا تحصل مثلا فى عملية جذر تكعيبى ناتج جذر مساو ٣٢ وكان الباقى مساويا بالاقل الى $٣ \times ٣٢^٢ + ٣ \times ٣٢ + ١$ دل ذلك على أن رقم آحاد الجذر صغير عن الحقيقة بواحد وذلك لانه تقدم (بنمرة ٣٨٦ نتيجة ٢) أن

$$٣٣^٣ = ٣٢^٣ + ٣ \times ٣٢^٢ + ٣ \times ٣٢ + ١$$

الرابع ــ يمكن اختصار عملية الجذر التكعيبى بواسطة اجراء عمليتى الضرب والطرح معا فى آن واحد كما أجرى ذلك فى عملية القسمة

(٣٨٩) لعمل ميزان الجذر التكعيبى يكعب ناتج الجذر ويضم اليه الباقى ان وجد فان حاصل جمعهما لابد وأن يكون مساويا للعدد المفروض

المبحث الثالث

(فى المكعب والجذر التكعيبى لكسر اعتيادى)

(٣٩٠) القاعدة الاولى ــ لتكعيب كسر اعتيادى يرفع كل من حديه الى القوة الثالثة فعلى هذا يكون $\left(\frac{٤}{٥}\right)^٣ = \frac{٤^٣}{٥^٣}$

وذلك لان $(\frac{٤}{٥})^{٣}$ يساوى على مقتضى التعريف العام للتكعيب $\frac{٤}{٥}\times\frac{٤}{٥}\times\frac{٤}{٥}$
$= \frac{٤^{٣}}{٥^{٣}} = \frac{٦٤}{١٢٥}$

تنبيه ــ أما اذا كان الكسر المراد تكعيبه مصحوبا بعدد صحيح لزم أولا تحويل العدد الصحيح والكسر الى عدد كسرى ثم أجرى عملية الرفع بعد ذلك

فاذا أريد رفع العدد الكسرى $٥\frac{٣}{٤}$ الى القوة الثالثة حدث

$$(٥\frac{٣}{٤})^{٣} = (\frac{٢٣}{٤})^{٣} = \frac{٢٣^{٣}}{٤^{٣}}$$

(٣٩١) القاعدة الثانية ــ كل كسر غير قابل للاختصار يكون مكعبه كذلك

فالكسر $\frac{٤}{٥}$ الغير القابل للاختصار يكون مكعبه $\frac{٦٤}{١٢٥}$ كذلك وذلك لانه حيث كان العددان ٤ و ٥ أوليين معا فقواهما تكون كذلك

(٣٩٢) القاعدة الثالثة ــ لايمكن أن يكون العدد الصحيح مكعبا لعدد كسرى

وذلك لان العدد الكسرى مهما كانت صورته فانه يمكن وضعه دائما على صورة كسرية غير قابلة للاختصار وقد علم من القاعدة السابقة أن مكعب أى كسر غير قابل للاختصار لا يكون الا كسرا مثله أى غير قابل للاختصار فلا يكون اذن عددا صحيحا

(٣٩٣) القاعدة الرابعة ــ اذا كان حدا كسر غير قابل للاختصار غير مكعبين فلا يمكن أن يكون هذا الكسر مكعبا لاعدد صحيح ولا لعدد كسرى وللبرهنة على ذلك نقول

أولا ــ حيث ان مكعب العدد الصحيح هو عدد صحيح فلا يمكن أن يكون الكسر المفروض مكعبا لعدد صحيح

ثانيا ــ حيث ان كل عدد كسرى غير قابل للاختصار يمكن وضعه على صورة كسرية غير قابلة للاختصار وان مكعب مثل هذا الكسر الاخير يجب أولا أن يكون غير قابل للاختصار وثانيا أن يكون حداه مكعبين فهو اذن مغاير للكسر المفروض وبذلك لا يكون مكعبا لعدد كسرى

(٣٩٤) القاعدة الخامسة ــ الجذر التكعيبى لعدد كسرى مقربا بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التكعيبى للجزء الصحيح من هذا العدد الكسرى

فالجذر التكعيبى للعدد الكسرى ٤٦٫٧٢٥ مقربا بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التكعيبى للعدد الصحيح ٤٦ وهو ٣ وذلك لان

$٣^{٣} = ٢٧$ وهو $< ٤٦٫٧٢٥$ و $٤^{٣} = ٦٤$ وهو $> ٤٦٫٧٢٥$

واذن فالجذر التكعيبى للعدد ٤٦٫٧٢٥ محصور بين العددين ٣ و ٤ وكلاهما يدل عليه مقربا بأقل من واحد صحيح غير أن الاول يدل عليه بالعجز والثانى بالزيادة

وكذلك الجذر التكعيبى للعدد الكسرى $\frac{٣٤٧}{١١}$ أو $\frac{٦}{١١}$ ٣١ مقربا بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التكعيبى للعدد الصحيح ٣١ وهو ٣ وذلك لان

$$٣^٣ = ٢٧ \text{ وهو } < ٣١\frac{٦}{١١} \quad \text{و}$$

$$٤^٣ = ٦٤ \text{ وهو } > ٣١\frac{٦}{١١}$$

واذن فالجذر التكعيبى للعدد الكسرى $\frac{٦}{١١}$ ٣١ محصور بين العددين ٣ و ٤ وكلاهما يدل عليه مقربا بأقل من واحد صحيح غير أن الاول يدل عليه بالعجز والثانى بالزيادة

المبحث الرابع

(فى استخراج الجذر التكعيبى لكسر اعتيادى)

(٣٩٥) لاستخراج الجذر التكعيبى لكسر اعتيادى يبدأ أولا بجعل مقامه مكعبا كاملا ان لم يكن كذلك ثم يؤخذ الجذر التكعيبى لكل واحد من حدى الكسر الناتج ودليل ذلك واضح لانه عندما يراد تكعيب أى كسر فانه يرفع كل واحد من حديه الى القوة الثالثة

المثال الاول ـ أن يكون كل واحد من حدى الكسر المفروض مكعبا كاملا مثل الكسر $\frac{١٢٥}{٢١٦}$ فانه يحدث

$$\sqrt[٣]{\frac{١٢٥}{٢١٦}} = \frac{\sqrt[٣]{١٢٥}}{\sqrt[٣]{٢١٦}} = \frac{٥}{٦} \quad \text{وذلك لان} \quad \left(\frac{٥}{٦}\right)^٣ = \frac{١٢٥}{٢١٦}$$

المثال الثانى ـ أن يكون مقام الكسر وحده مكعبا كاملا مثل الكسر $\frac{٥٤}{٣٤٣}$ فلاستخراج الجذر التكعيبى لهذا الكسر نقول حيث ان الجذر التكعيبى لعدد ٥٤ محصور بين ٣ و ٤ فيكون الجذر التكعيبى للكسر محصورا بين $\frac{٣}{٧}$ و $\frac{٤}{٧}$ وكلاهما يدل عليه مقربا بأقل من $\frac{١}{٧}$ غير أن الاول يدل عليه بالعجز والثانى يدل عليه بالزيادة

المثال الثالث ـ أن يكون مقام الكسر المطلوب استخراج جذره التكعيبى غير مكعب كامل مثل الكسر $\frac{٣}{٥}$ فنقول من المعلوم أنه يمكن جعل مقام هذا الكسر مكعبا كاملا بواسطة ضرب حديه فى مربع المقام هكذا

$$\frac{٣}{٥} = \frac{٣ \times ٥^٢}{٥^٣} = \frac{٧٥}{٥^٣}$$

وبأخذ الجذر التكعيبي يحدث

$$\sqrt[3]{\frac{3}{5}} = \sqrt[3]{\frac{3\times5^2}{5^3}} = \frac{\sqrt[3]{75}}{5} = \frac{4}{5} \text{ مقربا بأقل من } \frac{1}{5}$$

وبمثل ذلك يكون

$$\sqrt[3]{\frac{11}{24}} = \sqrt[3]{\frac{11\times24^2}{24^3}} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} \text{ مقربا بأقل من } \frac{1}{24}$$

تنبيه ١ – يتوصل أحيانا الى جعل مقام الكسر المطلوب استخراج جذره التكعيبي مكعبا كاملا بطريقة أخرى وهي أن يحلل مقام الكسر المفروض الى عوامله الاولية ثم يبحث عن العوامل التي اذا ضربت في المقام تجعل جميع أسس عوامله ثلاثية ثم يضرب حاصل ضرب تلك العوامل في حدى الكسر المذكور ويجرى العمل كما سبق

مثال ذلك

$$\frac{11}{24} = \frac{11}{3\times2^3} = \frac{11\times3^2}{3^3\times2^3} = \frac{99}{3^3\times2^3}$$

ومنه يحدث

$$\sqrt[3]{\frac{11}{24}} = \sqrt[3]{\frac{99}{3^3\times2^3}} = \frac{\sqrt[3]{99}}{3\times2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \text{ مقربا بأقل من } \frac{1}{6}$$

وهذه الطريقة وان كانت أسرع عملا من السابقة لكن مقدار ناتج الجذر فيها أقل قربا من الاولى لانه يتحصل من الطريقة الاولى أن مقدار الجذر هو $\frac{18}{24}$ مقربا بأقل من $\frac{1}{24}$ وقد تحصل في هذه الحالة الاخيرة المقدار $\frac{4}{6}$ وهو قريب من الحقيقة بأقل من $\frac{1}{6}$

تنبيه ٢ – قد ذكرنا في جميع ما سبق من الامثلة لزوم جعل مقام الكسر المراد أخذ جذره التكعيبي مكعبا كاملا اذ بدون ذلك لا يتأتى حصر درجة التقريب فاذا أخذ الجذر التكعيبي للكسر $\frac{28}{87}$ بدون أن يجعل مقامه مكعبا كاملا تحصل $\sqrt[3]{\frac{28}{87}} = \frac{3}{4}$ وهو كسر وان كان يقرب من الجذر المطلوب غير أنه لا يمكن حصر درجة قربه منه لانه لما كان المقام ٤ قريبا من المقام الحقيقي فلا يعلم اذن مقدار الاجزاء التي انقسم اليها الواحد الصحيح

(٣٩٦) أما اذا كان الكسر المطلوب أخذ جذره التكعيبي مصحوبا بعدد صحيح وجب أولا تحويلهما الى صورة كسرية ثم يطبق عليها العملية السابقة

المبحث الخامس

(فى تكعيب الكسر الاعشارى)

(٣٩٧) لما كان مكعب أى عدد هو الناتج من ضربه فى مربعه فلا صعوبة اذن فى تكعيب الكسر الاعشارى انما يلاحظ هنا فقط أمران أولهما أن مكعب الكسر الاعشارى يجب أن يحتوى على أرقام أعشارية بقدر ثلاثة أمثال الارقام الاعشارية الموجودة فى العدد المفروض وثانيهما أن أى عدد منته من جهة اليمين برقم معنوى لا يكون مكعبه منتهيا بصفر (٣٨٤ نتيجه ٢) وبناء عليه فكل عدد اعشارى منته من جهة اليمين بصفر أو كان عدد أرقامه غير ثلاثى لا يكون مكعبا تاما

المبحث السادس

(فى استخراج الجذر التكعيبى لكسر اعشارى)

(٣٩٨) القاعدة العمومية لاستخراج الجذر التكعيبى لكسر اعشارى يبدأ أولا بجعل أرقامه الاعشارية ثلاثية ان لم تكن كذلك بواسطة وضع صفر أو صفرين على يمينه ثم يقطع النظر بعد ذلك عن فاصل الاعشار ويستخرج الجذر التكعيبى للعدد الموجود كأنه عدد صحيح مقربا بأقل من واحد صحيح ثم تفصل من ناتج الجذر أرقام اعشارية بقدر ثلث عدد الارقام الاعشارية الموجودة فى العدد المفروض وبذلك يتوصل الى الجذر التكعيبى المطلوب مقربا بأقل من واحد من المنزلة الاخيرة منه

المثال الاول ـ اذا أريد استخراج الجذر التكعيبى للعدد الاعشارى ٥٩٦٫٩٤٧٥٧٨ نقول من المعلوم أن $٥٩٦٫٩٤٧٥٧٨ = \frac{٥٩٦٩٤٧٥٧٨}{١٠٠٠٠٠٠} = \frac{٥٩٦٩٤٧٥٧٨}{{١٠٠}^{٣}}$ ومنه يحدث

$$\sqrt[٣]{٥٩٦٫٩٤٧٥٧٨} = \sqrt[٣]{\frac{٥٩٦٩٤٧٥٧٨}{{١٠٠}^{٣}}} = \frac{٨٤١}{١٠٠} = ٨٫٤١ \text{ مقربا باقل من } \frac{١}{١٠٠}$$

وهذه عملية تحقق القاعدة

مثال آخر ـ اذا فرض أن العدد الاعشارى المطلوب استخراج جذره التكعيبى هو ٥٩٦٫٩٤٧٥ يتحصل

$$٥٩٦٫٩٤٧٥ = ٥٩٦٫٩٤٧٥٠٠ = \frac{٥٩٦٩٤٧٥٠٠}{{١٠٠}^{٣}}$$

ويحدث

$$\sqrt[٣]{٥٩٦٫٩٤٧٥} = \sqrt[٣]{\frac{٥٩٦٩٤٧٥٠٠}{{١٠٠}^{٣}}} = \frac{٨٤١}{١٠٠} = ٨٫٤١ \text{ مقربا بأقل من } \frac{١}{١٠٠}$$

المبحث السابع
(فى تقريب الجذور التكعيبية)

(٣٩٩) الغرض من استخراج الجذر التكعيبي لعدد مّا مقربا بالعجز بأقل من $\frac{١}{١٠}$ أومن $\frac{١}{١٠٠}$ أومن $\frac{١}{١٠٠٠}$ أومن $\frac{١}{٧}$ أومن ... الخ هو ايجاد أعظم عدد من أجزاء الاعشار أو أجزاء المئين أو أجزاء الالوف أو أجزاء الاسباع أو الخ يكون مكعبه منحصرا فى العدد المفروض

فالجذر التكعيبي لعدد ٢ مقربا بالعجز بأقل من $\frac{١}{١٠٠}$ هو ١٫٢٥ أما ١٫٢٦ فهو جذره التكعيبي مقربا بأقل من $\frac{١}{١٠٠}$ بالزيادة وذلك لانه

$$(١٫٢٥)^٣ = ١٫٩٥٣١٢٥ \text{ وهو } < ٢ \text{ و}$$
$$(١٫٢٦)^٣ = ٢٫٠٠٠٣٧٦ \text{ وهو } > ٢$$

وكذلك الجذر التكعيبي للكسر $\frac{٤١}{١٢٥}$ يكون مساويا الى $\frac{٣}{٥}$ مقربا بالعجز بأقل من $\frac{١}{٥}$ والى $\frac{٤}{٥}$ مقربا بالزيادة بأقل من $\frac{١}{٥}$ وذلك لان

$$\left(\frac{٣}{٥}\right)^٣ = \frac{٢٧}{١٢٥} \text{ وهو } < \frac{٤١}{١٢٥} \text{ و}$$
$$\left(\frac{٤}{٥}\right)^٣ = \frac{٦٤}{١٢٥} \text{ وهو } > \frac{٤١}{١٢٥}$$

(٤٠٠) والقاعدة العمومية لاستخراج الجذر التكعيبي لعدد مّا صحيحا كان أو عددا كسريا بحيث يكون مقربا بدرجة تقريب مّا معينة مدلول عليها بكسر بسطه الوحدة هى أن يضرب العدد المعلوم فى مكعب مقام الكسر المراد التقريب اليه ثم يستخرج الجذر التكعيبي لحاصل الضرب مقربا بأقل من واحد صحيح ويقسم الناتج على المقام المذكور

فاذا أريد مثلا استخراج الجذر التكعيبي لعدد ٧ مقربا بأقل من $\frac{١}{١٠٠٠}$ يتحصل

$$٧ = \frac{٧ \times ١٠٠٠^٣}{١٠٠٠^٣} = \frac{٧٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠}{١٠٠٠^٣}$$

ومنه يحدث

$$\sqrt[٣]{٧} = \sqrt[٣]{\frac{٧٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠}{١٠٠٠^٣}} = \frac{١٩١٢}{١٠٠٠} = ١٫٩١٢ \text{ مقربا بأقل من } \frac{١}{١٠٠٠} \text{ بالعجز}$$

وهذا مثال محقق القاعدة

مثال آخر — ليكن المطلوب استخراج الجذر التكعيبي للعدد الاعشارى ٧٤٫٨٧٥٦٧٨٣٢ مقربا بأقل من $\frac{١}{١٠٠}$ يحدث

$$٧٤٫٨٧٥٦٧٨٣٢ = \frac{٧٤٨٧٥٦٧٨٫٣٢}{١٠٠^٣}$$

وحيث ان الجذر التكعيبي للبسط مقربا بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التكعيبي لجزئه الصحيح وهو ٧٤٨٧٥٦٧٨ يكون عدد ٤٢١ هو الجذر التكعيبي للبسط مقربا بأقل من واحد صحيح ويكون

$$\sqrt[٣]{\frac{٧٤٨٧٥٦٧٨}{١٠٠^{٣}}} = \frac{٤٢١}{١٠٠} = ٤٫٢١$$ مقربا بأقل من $\frac{١}{١٠٠}$ بالعجز

وهذا مثال يحقق القاعدة

مثال ثالث ـ ليكن المطلوب استخراج الجذر التكعيبي للعدد الكسرى $٨ + \frac{٤}{٢٣}$ مقربا بأقل من $\frac{١}{١٠٠٠}$ نقول ان

$$٨ + \frac{٤}{٢٣} = \frac{١٨٨}{٢٣} = \frac{١٠٠٠^{٣} \times \frac{١٨٨}{٢٣}}{١٠٠٠^{٣}} = \frac{٨١٧٣٩١٣٠٤٣ + \frac{١١}{٢٣}}{١٠٠٠^{٣}}$$

وحيث ان الجذر التكعيبي لعدد $٨١٧٣٩١٣٠٤٣ \frac{١١}{٢٣}$ مقربا بأقل من $\frac{١}{١٠٠٠}$ هو ٢٠١٤ يحصل اذن

$$\sqrt[٣]{\frac{٨١٧٣٩١٣٠٤٣ + \frac{١١}{٢٣}}{١٠٠٠^{٣}}} = \frac{٢٠١٤}{١٠٠٠} = ٢٫٠١٤$$ مقربا بأقل من $\frac{١}{١٠٠٠}$

مثال رابع ـ وليكن المطلوب أخيرا أخذ الجذر التكعيبي للعدد الكسرى $٣\frac{٢}{٧}$ مقربا بأقل من $\frac{١}{٣٠}$ نقول ان

$$٣\frac{٢}{٧} = \frac{٢٣}{٧} = \frac{٣٠^{٣} \times \frac{٢٣}{٧}}{٣٠^{٣}} = \frac{٨٨٧١٤ + \frac{٢}{٧}}{٣٠^{٣}}$$

وحيث ان الجذر التكعيبي للعدد الكسرى $\frac{٢}{٧} + ٨٨٧١٤$ مقربا بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التكعيبي لجزئه الصحيح ٨٨٧١٤ وهو ٤٤ يحدث

$$\sqrt[٣]{\frac{٨٨٧١٤ + \frac{٢}{٧}}{٣٠^{٣}}} = \frac{٤٤}{٣٠}$$ مقربا بأقل من $\frac{١}{٣٠}$

تنبيـــه ـ حيث ان المعتاد فى الاعمال هو استخراج الجذر التكعيبي مقربا بأقل من $\frac{١}{١٠}$ أو من $\frac{١}{١٠٠}$ أو من $\frac{١}{١٠٠٠}$ أو من ... الخ أمكن وضع القاعدة السابقة على الصورة الآتية

(٤٠١) لاستخراج الجذر التكعيبي لعدد مّا مقربا بأقل من $\frac{١}{١٠}$ أو من $\frac{١}{١٠٠}$ أو من $\frac{١}{١٠٠٠}$ أو من ... الخ يقوّم العدد المعلوم بعدد اعشارى بحيث يحتوى على أرقام اعشارية بقدر ثلاثة أمثال الارقام الاعشارية المطلوب ايجادها فى ناتج الجذر ثم يستخرج الجذر التكعيبي لهـذا

العدد الاعشارى كما لو كان عددا صحيحا و يفصل من يمين الناتج أرقام اعشارية بقدر الارقام المدلول عليها بدرجة التقريب

(٤٠٢) كل عدد لم يكن مكعبا تاما يقال له غير جذرى و يقال لجذره أصم

(٤٠٣) الجذر التكعيبى الاصم هو النهاية المشتركة التى يقرب منها مقاديره التقريبية التى تكون اما بالعجز واما بالزيادة بأقل من ١ر٠ أو من ٠١ر٠ أو من ٠٠١ر٠ أو من ... الخ فعلى هذا يعتبر $\sqrt[3]{3}$

من جهة أنه نهاية مقاديره التقريبية ٤ر١ و ٤٤ر١ و ٤٤٢ر١ و ... بالعجز بأقل من $\frac{1}{10}$ أو من $\frac{1}{100}$ أو من $\frac{1}{1000}$ أو من ... الخ

ومن جهة أخرى أنه نهاية مقاديره التقريبية ٥ر١ و ٤٥ر١ و ٤٤٣ر١ و ... بالزيادة بأقل من $\frac{1}{10}$ أو من $\frac{1}{100}$ أو من $\frac{1}{1000}$ أو من ... الخ

وأن سلسلتى الاعداد السابقتين تقربان من نهاية واحدة

والبرهنة على هذه الطريقة هى عين البرهنة التى ذكرت بنمرة (٣٨٣)

الفصل الثالث ـ تطبيقات

(١) اذا كان الفرق بين مربعى عددين متواليين مساويا ١٤٧ والمطلوب معرفة هذين العددين

لحل هذه المسألة نقول حيث ان عدد ١٤٧ هو الفرق بين مربعى عددين متواليين فيكون مساويا الضعف أصغر العددين زائدا واحدا فاذا طرح منه واحد كان الباقى وهو ١٤٦ يدل على ضعف أصغرهما واذن فيكون الاصغر مساويا $\frac{١٤٦}{٢}$ = ٧٣ ويكون الاكبر مساويا ٧٤

(٢) أراد بستانى أن يغرس شجرا على هيئة مربع فبعد أن غرس منها جملة خطوط رأى أنه يحتاج الى ١٢ شجرة لاتمام المربع ولما أن نقص كل صف شجرة وجد أنه يزيد عنده ٢٣ شجرة بعد اتمام المربع والمطلوب معرفة عدد الشجر الموجود بطرف البستانى

لحل هذه المسئلة نقول من المعلوم أنا اذا نقصنا ٢٣ شجرة من الشجر الموجود بطرف البستانى كان الباقى كافيا ضرورة لانشاء المربع الثانى أما اذا أردنا تشكيل المربع الاول فانا نحتاج ضرورة الى ١٢ + ٢٣ = ٣٥ شجرة واذن فيكون عدد ٣٥ هو الفرق بين مربعى عددين متواليين أحدهما ١٧ وثانيهما ١٨ ويكون عدد الشجر الموجود مساويا الى $١٧^٢$ + ٢٣ = ٢٨٩ + ٢٣ = ٣١٢ شجرة أوالى $١٨^٢$ − ١٢ = ٣٢٤ − ١٢ = ٣١٢ شجرة

(٣) اذا دل عدد ٥ هكتار و ٦١ آرا و ٦٩ سنتيار على مساحة قطع أرض مربعة والمطلوب حساب طول ضلع هذه القطعة مقدرا بالمتر

لحل هذه المسئلة نقول من المعلوم أن ٥ هكتار تعادل ٥٠٠٠٠ مترا مربعا وان ٦١ آرا تعادل ٦١٠٠ مترا مربعا وان ٦٩ سنتيار تعادل ٦٩ مترا مربعا واذن فيعادل ٥ هكتار و ٦١ آرا و ٥٩ سنتيارا المقدار ٥٦١٦٩ مترا مربعا وبأخذ الجذر التربيعى لهذا العدد يتحصل ٢٣٧ مترا وهو ضلع قطعة الارض مقدرا بالمتر

(٤) حوض يساوى عرضه $\frac{٢}{٥}$ طوله قد ملئ بماء الى ارتفاع ٠٫٢٨م منه وبلغ مقدار المياه فيه ٢٩٤٠ لترا والمطلوب معرفة مقدار طوله وعرضه

لحل هذه المسئلة نقول من المعلوم أن ٢٩٤٠ ليترا تعادل حجما قدره ٢٫٩٤٠ مترا مكعبا وبقسمة هذا المقدار على ٠٫٢٨م وهو ارتفاع الماء يتحصل ١٠٫٥ متر مربع وهو سعة قاعدة الحوض وحيث ان عرض القاعدة يساوى $\frac{٢}{٥}$ طولها فاذا قسم الطول الى خمسة أقسام متساوية والعرض الى قسمين متساويين وأقيمت أعمدة من نقط التقاسيم انقسمت بذلك القاعدة الى عشرة مربعات متساوية ويكون سعة كل واحد منها $\frac{١٠٫٥}{١٠}$ = ١٫٠٥ متر مربع وبأخذ الجذر التربيعى لهذا العدد يتحصل $\sqrt{١٫٠٥}$ = ١٫٠٢٥ مترا تقريبا وهو مقدار ضلع المربع وحيث ان طول القاعدة يحتوى على خمسة أجزاء من ذلك وطول ارتفاعها أو عرض الحوض يحتوى على جزئين يكون طول القاعدة مساويا ٥٫١٢٥ مترا وعرضها مساويا الى ٢٫٠٥ متر

ويتحقق من ذلك بواسطة ضرب الابعاد الثلاثة فى بعضها فلا بد وأن تتحصل المساحة الاصلية هكذا ٥٫١٢٥ × ٢٫٠٥ × ٠٫٢٨ = ٢٫٩٤١ مترا مكعبا تقريبا

(٥) المطلوب تعيين العدد الذى اذا ضرب مربعه فى خمسه يتحصل منه عدد ٦٧٥

لحل هذه المسئلة نقول من المعلوم أن ضرب مربع أى عدد فى نفس العدد يتحصل منه مكعب العدد المذكور وضربه فى خمسه يتحصل منه خمس مكعبه واذن فيكون عدد ٦٧٥ هو خمس مكعب العدد المطلوب واذن يكون

$$\sqrt[٣]{٦٧٥ \times ٥} = \sqrt[٣]{٣٣٧٥} = ١٥$$

وبتحقيق ذلك يكون

$$١٥^٢ \times \frac{١٥}{٥} = ٢٢٥ \times ٣ = ٦٧٥$$

الفصـــــــــل الرابع

(تمـــرينات)

(١) استخرج الجذر التربيعي لكل واحد من الاعداد ٥٣٥٩٢٥٥ ، ٢ ٦٤٠٦٤٠٣٢ و ٨٣٦٣٥١٤٠٩٥ مقربا بأقل من واحد صحيح

(٢) استخرج الجذر التربيعي لكل واحد من الاعداد ٢ و ٣ و ٥ مقربا بأقل من $\frac{١}{١٠٠٠}$

(٣) استخرج الجذر التربيعي للكسر $\frac{٤٧}{٧٥}$ مقربا بأقل من $\frac{١}{١٥}$

(٤) استخرج الجذر التربيعي للكسر $\frac{٢}{٥}$ مقربا بأقل من $\frac{١}{٧}$

(٥) المطلوب تعيين أضلاع المربعين اللتين مساحتيهما هما ٢٩ آرا و ٢١ سنتيار و ١٦٣ آرا و ٨٤ سنتيار

(٦) اسـتخرج الجـذر التكعيبي لكل واحـــد من الاعداد ٩٢٨٩٦٣٤٥٦٣ و ٣٧٨٩٦٤٥٦٨٩٤٧٦٣٤٥ و ٩٧٤٣٧٨٩٦٣٥٦٤ مقربا بأقل من واحد صحيح

(٧) اسـتخرج الجـذر التكعيبي لكل واحد من الاعداد ٢ و ٣ و ٤ و ٥ مقربا بأقل من $\frac{١}{١٠٠٠٠}$

(٨) استخرج الجذر التكعيبي للكسر $\frac{٧}{٢٥}$ مقربا بأقل من $\frac{١}{١٥}$

(٩) استخرج الجذر التكعيبي للكسر $\frac{٢}{٥}$ مقربا بأقل من $\frac{١}{٩}$

(١٠) المطلوب تعيين أضلاع المكعبين اللذين مساحتاهما هما ٠٩١١٢٥,٠ متر مكعب و ٣٣٧٥٠٠٠٠٠,٠ متر مكعب

الباب الرابع
(فى النسبة والتناسب)

الفصل الاول
(فى النسبة)

(٤٠٤) النسبة هى نتيجة مقارنة كميتين من نوع واحد ببعضهما

ثم ان قصد بتلك المقارنة البحث عن زيادة احدى الكميتين عن الاخرى سميت نتيجة المقارنة نسبة طرحية أو عددية أو حسابية أما اذا قصد بها البحث عن عدد مرات احتواء احدى الكميتين على الاخرى أو عن عدد مرات انحصار احدى الكميتين فى الاخرى سميت نتيجة المقارنة نسبة قسمية أو هندسية أو نسبة فقط

وحينئذ فالنسبة الطرحية بين العددين ١٢ و٤ هى ١٢ — ٤ = ٨ والنسبة الهندسية بين عين هذين العددين ١٢ و٤ هى $\frac{١٢}{٤}$ = ٣ ونظرا لقلة استعمال النسبة العددية فى الاعمال التطبيقية فانا لم نتكلم هنا الا على النسبة الهندسية فنقول

(٤٠٥) يطلق بوجه عام اسم النسبة بين أى كميتين من نوع واحد على العدد الدال على الكيفية التى تألفت بها أولاهما من الثانية

فاذا قيل مثلا ان النسبة بين كميتين هى ٥ فذلك يدل على أن أولاهما مؤلفة من خمسة أمثال الثانية وبعبارة أخرى أن الاولى أكبر خمسة مرات من الثانية وكذا لو قيل أن النسبة بين كميتين هى $\frac{٧}{٨}$ فان ذلك يدل على أن الاولى منهما مؤلفة من سبعة أمثال ثمن الثانية أو من سبعة أثمان الثانية وهكذا

(٤٠٦) لايجاد النسبة الكائنة بين أى كميتين مقدرتين بوحدة ما من الوحدات نقسم نتيجتى التقديرين على بعضهما

فاذا فرض أن الكميتين المعلومتين هما خطان مستقيمان أحدهما اب وثانيهما حء وقدرناهما بالمتر مثلا وكان المستقيم اب يساوى ٤ متر والمستقيم حء يساوى ٧ متر فتكون النسبة بين هذين الطولين هى $\frac{٤}{٧}$

وذلك لان الطول الثانى لما كان مساويا ٧ متر كان المتر معادلا ضرورة سبعه وحيث ان الطول الاول يساوى ٤ متر فيتألف اذن من أربعة أمثال سبع الطول الثانى أعنى يكون مساويا $\frac{٤}{٧}$ الطول الثانى وبناء عليه فتكون النسبة بين الطولين مساوية $\frac{٤}{٧}$

وكان يمكن تقدير الطولين المذكورين بوحدة أخرى كالديسيمتر مثلا بدل المتر وبذلك يكون طول الخط الاول معادلا ٤٠ ديسيمتر والثانى معادلا ٧٠ ديسيمتر بحيث ان النسبة بينهما تكون $\frac{٤٠}{٧٠}$ أو $\frac{٤}{٧}$

حيث يعلم مما ذكر أن انتخاب الوحدة أمر اختيارى فاذن يمكن اعتبار الكمية الثانية المعلومة كأنها وحدة ولذا فتعرّف غالبا النسبة بين كميتين من نوع واحد بأنها هى العدد الدال على نتيجة تقدير الكمية الاولى بالكمية الثانية معتبرة وحدة

فاذا احتوت الكمية الاولى الكمية الثانية ثلاث مرات مثلا قيل ان النسبة بينهما هى ٣

(٤٠٧) يفهم مما سبق ذكره انه يوجد بين الكميات المفروضة مقياس مشترك وقد علم مما سبق أيضا أن هنالك كميات غير جذرية بمعنى أن مقاديرها ليست الا تقريبية ففى هذه الحالة لا تكون النسبة بين مثل هذه الكميات الا تقريبية لكنه حيث انه يمكن زيادة التقرب من المقادير الحقيقية لهذه الكميات فتكون النسبة بين أى كميتين غير جذريتين هى نهاية النسبة الكائنة بين الكميتين الجذريتين اللتين تقربان جدا من المقدارين الحقيقيين للكميتين المفروضتين

(٤٠٨) يمكن على مقتضى ما ذكر أن تعرّف النسبة بين عددين بخارج قسمة أولهما على الثانى والدلالة على النسبة بين عددين يفصلان عن بعضهما بعلامة القسمة

مثال ذلك اذا أريد بيان النسبة بين العددين ٣ و ٤ وبين $٦\frac{٣}{٥}$ و $٧\frac{٢}{٣}$ وبين ١ و $\sqrt{٣}$ فانها تكتب هكذا ٣ : ٤ و $٦\frac{٣}{٥}$: $٧\frac{٢}{٣}$ و ١ : $\sqrt{٣}$

أوهكذا

$$\frac{٣}{٤} \quad و \quad \frac{٦\frac{٣}{٥}}{٧\frac{٢}{٣}} \quad و \quad \frac{١}{\sqrt{٣}}$$

ويسمى العددان اللذان تتألف منهما النسبة بحدى النسبة

(٤٠٩) النسبتان المتعاكستان هما المتحدتان فى الحدود والمتخالفتان فى الوضع مثل النسبتين $\frac{٣}{٤}$ و $\frac{٤}{٣}$ وحاصل ضرب أى نسبتين متعاكستين مساو دائما للوحدة لان

$$\frac{٣}{٤} \times \frac{٤}{٣} = \frac{٣\times٤}{٤\times٣} = ١$$

الفصل الثانى

(فى خواص النسبة)

(٤١٠) توضع النسب دائما على صورة كسرية انما لا يجب دائما أن تكون بسوطها ومقاماتها أعدادا صحيحة كما هو هذا فى الكسور الاعتيادية بل تكون تارة أعدادا كسرية أو غير جذرية لكنها مع ذلك لها عين الخواص التى ذكرت للكسور الاعتيادية

(٤١١) نظرية ــ مقدار النسبة لا يتغير اذا ضرب حداها أو قسما على عدد واحد صحيحا كان أو عددا كسريا

فاذا كانت النسبة المعلومة هى $\frac{\frac{٤}{٥}}{\frac{٦}{٧}}$ فان المقتضى البرهنة عليه هو أن

$$\frac{\frac{٢}{٣}\times\frac{٤}{٥}}{\frac{٢}{٣}\times\frac{٦}{٧}} = \frac{\frac{٤}{٥}}{\frac{٦}{٧}}$$

وذلك لانه اذا أجريت عملية القسمة المدلول عليها بالطرف الاول من هذه المتساوية يحدث

$$\frac{٧\times٤}{٦\times٥} = \frac{٧}{٦}\times\frac{٤}{٥} = \frac{\frac{٤}{٥}}{\frac{٦}{٧}}$$

ثم اذا أجريت عملية القسمة المدلول عليها بالطرف الثانى يحصل أيضا أن

$$\frac{٧\times٤}{٦\times٥} = \frac{٣\times٧\times٢\times٤}{٢\times٦\times٣\times٥} = \frac{٣\times٧}{٢\times٦}\times\frac{٢\times٤}{٣\times٥} = \frac{\frac{٣\times٤}{٣\times٥}}{\frac{٣\times٦}{٣\times٧}} = \frac{\frac{٢}{٣}\times\frac{٤}{٥}}{\frac{٢}{٣}\times\frac{٦}{٧}}$$

وحيث ان ناتجى الطرفين واحد وهو المقدار $\frac{٧\times٤}{٦\times٥}$ فيكونان متساويين وبذلك تحقق النظرية

وبمثل ذلك يبرهن فى حالة قسمة حدى النسبة على عدد واحد

ومما ذكر ينتج ·

أولا ــ يمكن اختصار النسبة بواسطة حذف المضاريب المشتركة فى حديها كما أجرى ذلك فى الكسور الاعتيادية

ثانيا ــ يمكن تحويل عدة نسب الى ذات مقام واحد بعين الطريقة التى اتبعت فى الكسور الاعتيادية

(فى جمــــع النسب)

(٤١٢) القاعدة لجمع عدة نسب على بعضها أن يبدأ أولا باتحاد مقاماتها ثم نجمع البسوط على بعضها ونقسم الناتج على المقام المشترك فيتحصل مثلا

$$\frac{\frac{٠٫٥}{٤}+\frac{٣٫٥}{٦}}{\frac{٧}{٨}}=\frac{\frac{٠٫٥}{٤}}{\frac{٧}{٨}}+\frac{\frac{٣٫٥}{٦}}{\frac{٧}{٨}}$$

وذلك لان الطرف الاول يتحصل منه على التعاقب أن

$$\frac{٦\times٨\times٠٫٥}{٦\times٧\times٤}+\frac{٤\times٨\times٣٫٥}{٤\times٧\times٦}=\frac{٨\times٠٫٥}{٧\times٤}+\frac{٨\times٣٫٥}{٧\times٦}\stackrel{\circ}{=}\frac{\frac{٠٫٥}{٤}}{\frac{٧}{٨}}+\frac{\frac{٣٫٥}{٦}}{\frac{٧}{٨}}$$

$$\frac{٦\times٨\times٠٫٥\times٤\times٨\times٣٫٥}{٤\times٧\times٦}=$$

ويتحصل من الطرف الثانى أيضا أن

$$\frac{٨}{٧}\times\frac{٦\times٠٫٥+٤\times٣٫٥}{٤\times٦}=\frac{\frac{٦\times٠٫٥+٤\times٣٫٥}{٤\times٦}}{\frac{٧}{٨}}=\frac{\frac{٦\times٠٫٥}{٦\times٤}+\frac{٤\times٣٫٥}{٤\times٦}}{\frac{٧}{٨}}=\frac{\frac{٠٫٥}{٤}+\frac{٣٫٥}{٦}}{\frac{٧}{٨}}$$

$$\frac{٨\times٦\times٠٫٥+٨\times٤\times٣٫٥}{٧\times٤\times٦}=$$

وحيث ان ناتجى الطرفين واحد فتكون القاعدة حقيقية

(فى طــــــرح النسب)

(٤١٣) لطرح نسبة من أخرى مختلفتى المقام تحولان أولا الى ذاتى مقام واحد ثم يطرح بسط النسبة المراد طرحها من بسط النسبة المراد الطرح منها ويجعل المقام المشترك مقاما للناتج ويبرهن على ذلك كما برهن على الجمع

(فى ضرب النسب)

(٤١٤) لايجاد حاصل ضرب نسبتين أو عدة نسب فى بعضها تضرب البسوط فى بعضها والمقامات كذلك

فيتحصل مثلا

$$\frac{\frac{٤}{٩}\times\frac{٣}{٥}}{\frac{٦}{١١}\times\frac{٢}{٧}}=\frac{\frac{٤}{٩}}{\frac{٦}{١١}}\times\frac{\frac{٣}{٥}}{\frac{٢}{٧}}$$

وذلك لان الطرف الاول يؤل الى

$$\frac{١١\times٤\times٧\times٣}{٦\times٩\times٢\times٥}=\frac{١١}{٦}\times\frac{٤}{٩}\times\frac{٧}{٢}\times\frac{٣}{٥}=\frac{\frac{٤}{٩}}{\frac{٦}{١١}}\times\frac{\frac{٣}{٥}}{\frac{٢}{٧}}$$

ويؤل الطرف الثانى الى

$$\frac{١١×٧×٤×٣}{٦×٢×٩×٥} = \frac{١١×٧}{٦×٢} × \frac{٤×٣}{٩×٥} = \frac{\frac{٤×٣}{٩×٥}}{\frac{٦×٢}{١١×٧}} = \frac{\frac{٤}{٩}×\frac{٣}{٥}}{\frac{٦}{١١}×\frac{٢}{٧}}$$

وحيث ان ناتجى الطرفين متساويان فتكون القاعدة حقيقية

وبمثل ذلك يبرهن لو أريد ضرب عدة نسب فى بعضها

(فى قسمة النسب على بعضها)

(٤١٥) لقسمة نسبة على أخرى نضرب الاولى فى الثانية معكوسة فيتحصل مثلا

$$\frac{\frac{٨}{٩}}{\frac{٢}{٧}} × \frac{\frac{٣}{٤}}{\frac{٥}{٦}} = \frac{\frac{٢}{٧}}{\frac{٨}{٩}} : \frac{\frac{٣}{٤}}{\frac{٥}{٦}}$$

وذلك لان الطرف الاول يؤل الى

$$\frac{٨×٧×٦×٣}{٩×٢×٥×٤} = \frac{٩×٢}{٨×٧} : \frac{٦×٣}{٥×٤} = \frac{٩}{٨} × \frac{٢}{٧} : \frac{٦}{٥} × \frac{٣}{٤} = \frac{\frac{٢}{٧}}{\frac{٨}{٩}} : \frac{\frac{٣}{٤}}{\frac{٥}{٦}}$$

والطرف الثانى يؤل الى

$$\frac{٧×٨×٦×٣}{٢×٩×٥×٤} = \frac{٧×٨}{٢×٩} × \frac{٦×٣}{٥×٤} = \frac{\frac{٨}{٩}}{\frac{٢}{٧}} × \frac{\frac{٣}{٤}}{\frac{٥}{٦}}$$

وهما ناتجان متساويان يثبتان صحة القاعدة

(٤١٦) تنبيه ــ تطبق القواعد المتقدمة أيضا على النسب التى تكون حدودها أعدادا غير جذرية حيث ان تلك الاعداد تستعوض دائما بأعداد جذرية تكون مقاديرها قريبة جدا من المقادير الحقيقية للاعداد الغير الجذرية

الفصـــــل الثـالث

(فى التناســـــب)

(٤١٧) التناسب هو التساوى بين نسبتين من نوع واحد فان كانتا عدديتين كان التناسب تناسبا عدديا وان كانتا هندسيتين كان تناسبا هندسيا أو تناسبا فقط ولم نتكلم هنا الا على التناسب الهندسى لكثرة استعماله

فالنسبتان $\frac{١٢}{٨}$ و $\frac{٦}{٤}$ المتساويتان يتركب منهماهذا التناسب $\frac{١٢}{٨} = \frac{٦}{٤}$
ويتلفظ به هكذا نسبة ١٢ الى ٨ كنسبة ٦ الى ٤ أو ١٢ على ٨ يساوى ٦ على ٤
وكان يوضع التناسب المذكور على هذه الصورة ١٢ : ٨ :: ٦ : ٤
فالحدان ١٢ و ٤ يسميان طرفا التناسب والحدان ٨ و ٦ يسميان وسطاه وكذا يسمى الحدان ١٢ و ٦ مقدمان والحدان ٨ و ٤ تاليان

(٤١٨) الرابع المتناسب لثلاثة أعداد معلومة هو عدد رابع يتكون منه ومن الاعداد الثلاثة المعلومة تناسب فعدد ٨ مثلا من التناسب $\frac{١٢}{٨} = \frac{٦}{٤}$ هو رابع متناسب للاعداد الثلاثة الاخر

(٤١٩) الوسط المتناسب بين عددين هو عدد ثالث يتكون منه وسطا التناسب ويكون طرفاه العددان المعلومان ففى التناسب $\frac{٨}{٤} = \frac{٤}{٢}$ يقال لعدد ٤ انه وسط متناسب للعددين ٨ و ٢

(٤٢٠) الثالث المتناسب هو الحد الرابع من تناسب فيه الوسطان متساويان فيقال لعدد ٢ فى التناسب السابق انه الثالث المتناسب للعددين ٨ و ٤

(٤٢١) كل تناسب تساوى فيه الوسطان يقال له تناسب متصل

(٤٢٢) النظرية الاولى الاساسية ــ فى كل تناسب حاصل ضرب الطرفين يساوى حاصل ضرب الوسطين فاذا فرض التناسب $\frac{١٢}{٨} = \frac{٦}{٤}$ يحصل ١٢ × ٤ = ٦ × ٨
وللبرهنة على ذلك نقول اذا ضربنا حدى النسبة الاولى فى ٤ وحدى النسبة الثانية فى ٨ يحدث

$$\frac{١٢ \times ٤}{٨ \times ٤} = \frac{٦ \times ٨}{٤ \times ٨}$$

وحيث ان مقامى هذين النسبتين متساويان يكون بسطاهما كذلك أعنى يكون

$$١٢ \times ٤ = ٦ \times ٨$$

(٤٢٣) النظرية الثانية عكس الاولى ــ اذا وجد أربعة أعداد بحالة ان حاصل ضرب اثنين منها مساو لحاصل ضرب الاثنين الآخرين فانه يتكون من الاعداد الاربعة تناسب يكون طرفاه عاملا أحد الحاصلين ووسطاه عاملا الحاصل الثانى

فاذا وجدت الاعداد الاربعة ١٢ و ٨ و ٦ و ٤ مثلا بحيث ان ١٢ × ٤ = ٨ × ٦ تحصل هذا التناسب $\frac{١٢}{٨} = \frac{٦}{٤}$

وللبرهنة على ذلك نقول اذا قسمنا طرفى المتساوية ١٢ × ٤ = ٨ × ٦ على عدد واحد وهو ٤ × ٨ تحصل $\frac{١٢ \times ٤}{٤ \times ٨} = \frac{٨ \times ٦}{٤ \times ٨}$ وبحذف المضاريب المشتركة يحدث $\frac{١٢}{٨} = \frac{٦}{٤}$

ومما ذكر يستنتج

أولا ـ يمكن وضع أعداد التناسب الاربعة على ثمانية صور مختلفة بدون حصول فساد فيه فيتحصل مثلا

$$\frac{١٢}{٨} = \frac{٦}{٤} \text{ و } \frac{١٢}{٦} = \frac{٨}{٤} \text{ و } \frac{٨}{١٢} = \frac{٤}{٦} \text{ و } \frac{٦}{١٢} = \frac{٤}{٨}$$

$$\frac{٦}{٤} = \frac{١٢}{٨} \text{ و } \frac{٨}{٤} = \frac{١٢}{٦} \text{ و } \frac{٤}{٦} = \frac{٨}{١٢} \text{ و } \frac{٤}{٨} = \frac{٦}{١٢}$$

و يشاهد فى كل واحدة من هذه الصور أن حاصل ضرب الطرفين لايزال مساويا الى حاصل ضرب الوسطين وبذلك لاتزال الاعداد الاربعة مركبة للتناسب

ثانيا ـ يمكن حساب الحد الرابع من تناسب اذا علمت الحدود الثلاثة الاخر

لتكن الاعداد المعلومة ١٢ و ٨ و ٦ هى الحدود الثلاثة الاول من تناسب فاذا رمز للحرف الرابع بالحرف س يحدث

$$\frac{١٢}{٨} = \frac{٦}{س}$$

وحيث تقدم بنمرة (٤٢٢) أن ١٢ × س = ٨ × ٦ فاذا قسم الطرفان على ١٢ يحدث

$$س = \frac{٨ \times ٦}{١٢} = ٤$$

أما اذا كان الحد المراد تعيينه هو الحد الثانى مثلا تحصل

$$\frac{١٢}{س} = \frac{٦}{٤} \text{ أو } ١٢ \times ٤ = س \times ٦$$

و بقسم الطرفين على ٦ يحدث

$$\frac{١٢ \times ٤}{٦} = س \text{ أو } س = \frac{١٢ \times ٤}{٦} = ٨$$

ومن المتساويتين نستنتج ما يأتى

اذا كان الحد المجهول هو أحد الطرفين فانه يتوصل اليه بواسطة قسمة حاصل ضرب الوسطين على الطرف المعلوم

أما اذا كان الحد المجهول هو أحد الوسطين فانه يتوصل اليه بواسطة قسمة حاصل ضرب الطرفين على الوسط المعلوم

ثالثا ـ الوسط المتناسب بين عددين يساوى الجذر التربيعى لحاصل ضربهما

فاذا أريد ايجاد الوسط المتناسب بين العددين ٢٧ و ٣ مثلا وضع التناسب على هذه الصورة

$$\frac{٢٧}{س} = \frac{س}{٣}$$ ومنه $س \times س = س^{٢} = ٢٧ \times ٣$ أو

$$س = \sqrt{٢٧ \times ٣} = \sqrt{٨١} = ٩$$

(٤٢٤) النظرية الثالثة — يمكن ضرب عدة تناسبات في بعضها حدا في حد و يتركب من حواصل الضرب تناسب

فاذا فرضت التناسبات

$$\frac{٥}{٦} = \frac{١٠}{١٢} \text{ و } \frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٦} \text{ و } \frac{٥}{٧} = \frac{١٥}{٢١}$$

فمن المعلوم أنه اذا ضربت تلك المتساويات في بعضها طرفا في طرف فان حاصلا الضرب يكونان متساويين واذن يحدث

$$\frac{٥}{٦} \times \frac{٢}{٣} \times \frac{٥}{٧} = \frac{١٠}{١٢} \times \frac{٤}{٦} \times \frac{١٥}{٢١} \text{ أو } \frac{٥ \times ٢ \times ٥}{٦ \times ٣ \times ٧} = \frac{١٠ \times ٤ \times ١٥}{١٢ \times ٦ \times ٢١}$$

(٤٢٥) النظرية الرابعة — يمكن رفع حدود التناسب الاربعة الى أي قوة كانت بحيث يتركب من النواتج تناسب

وذلك لانه اذا فرض التناسب $\frac{٤}{٥} = \frac{١٦}{٢٠}$ أمكن أن يستخرج منه أن $\left(\frac{٤}{٥}\right)^{٣} = \left(\frac{١٦}{٢٠}\right)^{٣}$

غير أن $\left(\frac{٤}{٥}\right)^{٣} = \frac{٤^{٣}}{٥^{٣}}$ و $\left(\frac{١٦}{٢٠}\right)^{٣} = \frac{١٦^{٣}}{٢٠^{٣}}$ واذن يحصل $\frac{٤^{٣}}{٥^{٣}} = \frac{١٦^{٣}}{٢٠^{٣}}$

(٤٢٦) النظرية الخامسة عكس السابقة — يمكن أن يستخرج جذور الحدود الاربعة المتركب منها تناسب بأي درجة كانت ولاتزال النواتج يتركب منها تناسب

وذلك لانه اذا فرض التناسب $\frac{٤}{٥} = \frac{١٦}{٢٠}$ أمكن أن يستخرج منه أن

$$\sqrt[٤]{\frac{٤}{٥}} = \sqrt[٤]{\frac{١٦}{٢٠}} \text{ غير أن } \sqrt[٤]{\frac{٤}{٥}} = \frac{\sqrt[٤]{٤}}{\sqrt[٤]{٥}} \text{ و } \sqrt[٤]{\frac{١٦}{٢٠}} = \frac{\sqrt[٤]{١٦}}{\sqrt[٤]{٢٠}}$$

واذن يكون

$$\frac{\sqrt[٤]{٤}}{\sqrt[٤]{٥}} = \frac{\sqrt[٤]{١٦}}{\sqrt[٤]{٢٠}}$$

(٤٢٧) النظرية السادسة — في كل تناسب نسبة مجموع أو فاضل الحدين الاول الى الحد الثاني كنسبة مجموع أو فاضل الحدين الاخيرين الى الحد الرابع

أعني أنه اذا فرض التناسب $\frac{١٨}{٦} = \frac{١٢}{٤}$ تحصل $\frac{١٨ \pm ٦}{٦} = \frac{١٢ \pm ٤}{٤}$

وللبرهنة على ذلك نقول من المعلوم أن التساوى لا يتغير اذا ضم واحد الى طرفيه أو طرح واحد من كل منهما واذن يتحصل من المتساوية المفروضة أن

$$\frac{١٨}{٦} \pm ١ = \frac{١٢}{٤} \pm ١$$

ثم اذا حول الواحد الى عدد كسرى من نوع مقام الكسر المصاحب له تحصل

$$\frac{١٨}{٦} \pm \frac{٦}{٦} = \frac{١٢}{٤} \pm \frac{٤}{٤} \text{ أو } \frac{١٨\pm٦}{٦} = \frac{١٢\pm٤}{٤}$$ وهو المراد

ومما ذكر ينتج

أولا — أن فى كل تناسب نسبة مجموع أو فاضل الحدين الاولين الى مجموع أو فاضل الحدين الاخيرين كنسبة الحد الثانى الى الحد الرابع أو كنسبة الحد الاول الى الحد الثالث

وذلك لان التناسب $\frac{١٨}{٦} = \frac{١٢}{٤}$ يتحصل منه $\frac{١٨\pm٦}{٦} = \frac{١٢\pm٤}{٤}$

وعلى مقتضى النتيجة الاولى من نمرة (٤٢٣) يتحصل

$$\frac{١٨\pm٦}{١٢\pm٤} = \frac{٦}{٤} = \frac{١٨}{١٢}$$

ثانيا — فى كل تناسب نسبة مجموع الحدين الاولين الى فاضلهما كنسبة مجموع الحدين الآخرين الى فاضلهما

وذلك لانه يمكن أن يستخرج من التناسب السابق التناسبان الآتيان

$$\frac{١٨+٦}{١٢+٤} = \frac{٦}{٤} \text{ و } \frac{١٨-٦}{١٢-٤} = \frac{٦}{٤}$$

ولوجود النسبة المشتركة بين هذين التناسبين يحدث

$$\frac{١٨+٦}{١٢+٤} = \frac{١٨-٦}{١٢-٤}$$

وبتغيير وسطى هذا التناسب يحدث

$$\frac{١٨+٦}{١٨-٦} = \frac{١٢+٤}{١٢-٤}$$

ثالثا — فى كل تناسب نسبة مجموع أو فاضل الحدين الاولين الى الحد الاول كنسبة مجموع أو فاضل الحدين الاخيرين الى الحد الثالث

وذلك لانه يستخرج من التناسب $\frac{٥}{٨} = \frac{١٠}{١٦}$ التناسب الآتى (٤٢٣) $\frac{٨}{٥} = \frac{١٦}{١٠}$ وعلى مقتضى النظرية يتحصل من هذا التناسب $\frac{٨\pm٥}{٥} = \frac{١٦\pm١٠}{١٠}$

رابعا ــ فى كل تناسب نسبة مجموع أو فاضل البسطين (المقدمين) الى مجموع أو فاضل المقامين (التاليين) كنسبة أى بسط (مقدم) الى مقامه (تاليه)

وذلك لان التناسب $\frac{١٨}{٦} = \frac{١٢}{٤}$ يستخرج منه $\frac{١٨}{١٢} = \frac{٦}{٤}$ وعلى مقتضى النتيجة الاولى يتحصل $\frac{١٨ \pm ١٢}{٦ \pm ٤} = \frac{١٢}{٤} = \frac{١٨}{٦}$

خامسا ــ فى كل تناسب نسبة مجموع البسطين (المقدمين) الى فاضلهما كنسبة مجموع المقامين (التاليين) الى فاضلهما

لانه يتحصل من التناسب السابق هذان التناسبان

$$\frac{١٨+١٢}{٦+٤} = \frac{١٢}{٤} \quad و \quad \frac{١٨-١٢}{٦-٤} = \frac{١٢}{٤}$$

وبسبب وجود النسبة المشتركة $\frac{١٢}{٤}$ يحدث

$$\frac{١٨+١٢}{٦+٤} = \frac{١٨-١٢}{٦-٢}$$

و بتغيير الوسطين يحدث

$$\frac{١٨+١٢}{١٨-٢} = \frac{٦+٤}{٦-٤}$$

(٤٢٨) النظرية السابعة ــ فى سلسلة التناسبات المتساوية نسبة مجموع البسوط (المقدمات) الى مجموع المقامات (التوالى) كنسبة أى بسط (مقدم) الى مقامه (تاليه)

فاذا فرضت سلسلة التناسبات المتساوية

$$\frac{١٨}{٢٧} = \frac{١٦}{٢٤} = \frac{١٢}{١٨} = \frac{٤}{٦} = \cdots = \frac{٢}{٣}$$

فانه يتحصل منها

$$\frac{١٨+١٦+١٢+٤}{٢٧+٢٤+١٨+٦} = \frac{٤}{٦}$$

وذلك لانه لما كان كل واحد من الكسور المفروضة مساويا للكسر $\frac{٢}{٣}$ تحصل

$$\frac{١٨}{٢٧} = \frac{٢}{٣} \quad و \quad \frac{١٦}{٢٤} = \frac{٢}{٣} \quad و \quad \frac{١٢}{١٨} = \frac{٢}{٣} \quad و \quad \frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$$

و بحذف مقامات الطرف الاول من كل واحدة من هذه المتساويات بواسطة ضرب طرفها الثانى فى عين المقام يحدث

$$١٨ = \frac{٢}{٣} \times ٢٧$$
$$١٦ = \frac{٢}{٣} \times ٢٤$$
$$١٢ = \frac{٢}{٣} \times ١٨$$
$$٤ = \frac{٢}{٣} \times ٦$$

فاذا جمعت هذه المتساويات على بعضها طرفا على طرف يحدث

$$١٨ + ١٦ + ١٢ + ٤ = \frac{٢}{٣} \times (٢٧ + ٢٤ + ١٨ + ٦)$$

وبقسمة طرفي هذه المتساوية على العامل (٢٧ + ٢٤ + ١٨ + ٦) يحدث

$$\frac{١٨+١٦+١٢+٤}{٢٧+٢٤+١٨+٦} = \frac{٢}{٣}$$

وحيث ان $\frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٦} = \frac{١٢}{١٨}$ ... يحدث

$$\frac{١٨+١٦+١٢+٤}{٢٧+٢٤+١٨+٦} = \frac{٤}{٦}$$

ومما ذكر يمكن أن يستنتج أن في سلسلة التناسبات المتساوية نسبة الجذر التربيعي لمجموع مربعات البسوط الى الجذر التربيعي لمجموع مربعات المقامات كنسبة أي بسط الى مقامه

وذلك لان النسب المتساوية $\frac{١٨}{٢٧} = \frac{١٦}{٢٤} = \frac{١٢}{١٨} = \frac{٤}{٦}$ يتولد عن مربعاتها نسب أخرى متساوية أيضا (٤٢٥) يحدث

$$\frac{١٨^٢}{٢٧^٢} = \frac{١٦^٢}{٢٤^٢} = \frac{١٢^٢}{١٨^٢} = \frac{٤^٢}{٦^٢}$$

وبتطبيق النظرية على هذه النسب الاخيرة يحدث

$$\frac{١٨^٢+١٦^٢+١٢^٢+٤^٢}{٢٧^٢+٢٤^٢+١٨^٢+٦^٢} = \frac{٤^٢}{٦^٢}$$

وبناء على ما تقرر بنمرة (٤٢٦) يحدث

$$\frac{\sqrt{١٨^٢+١٦^٢+١٢^٢+٤^٢}}{\sqrt{٢٧^٢+٢٤^٢+١٨^٢+٦^٢}} = \frac{\sqrt{٤^٢}}{\sqrt{٦^٢}} = \frac{٤}{٦}$$

تنبيه — من المعلوم أن هذه النتيجة وان دل منطوقها على الجذر التربيعي فقط الا أنه يمكن تطبيقها أيضا مهما كانت درجة الجذر

(٤٢٩) النظرية الثامنة — في سلسلة النسب الغير المتساوية نسبة مجموع البسوط الى مجموع المقامات أكبر دائما من أصغر نسبة فيها وأصغر من أكبرها

فاذا فرضت سلسلة النسب الغير المتساوية

$$\frac{٢}{٥} < \frac{٣}{٤} < \frac{٧}{٨} < \frac{١١}{١٢}$$

يحصل

أولا أن $\frac{١١+٧+٣+٢}{١٢+٨+٤+٥} > \frac{٢}{٥}$

ثانيا أن $\frac{١١+٧+٣+٢}{١٢+٨+٤+٥} < \frac{١١}{١٢}$

برهان الاول ـ حيث ان $\frac{٢}{٥}$ هى أصغر النسب المعلومة يكون $\frac{٣}{٤} > \frac{٢}{٥}$ وعليه يكون

$$٤ \times \frac{٢}{٥} < ٣$$

وبمثل ذلك يكون

$$٨ \times \frac{٢}{٥} \leq ٧ \quad \text{و}$$

$$١٢ \times \frac{٢}{٥} < ١١$$

وبخصوص النسبة $\frac{٢}{٥}$ يكون $٥ \times \frac{٢}{٥} = ٢$

وبجمع تلك المقادير الى بعضها طرفا على طرف يحدث

$$(١٢+٨+٤+٥) \times \frac{٢}{٥} < ١١+٧+٣+٢ \quad \text{أو}$$

$$\frac{٢}{٥} < \frac{١١+٧+٣+٢}{١٢+٨+٤+٥}$$

برهان الثانى ـ حيث ان النسبة $\frac{١١}{١٢}$ أكبر من $\frac{٧}{٨}$ يكون $\frac{٧}{٨} < \frac{١١}{١٢}$ وعليه يكون

$$٨ \times \frac{١١}{١٢} > ٧$$

وبمثل ذلك يكون

$$٤ \times \frac{١١}{١٢} > ٣$$

$$٥ \times \frac{١١}{١٢} > ٢$$

وبخصوص النسبة $\frac{١١}{١٢}$ يكون $١٢ \times \frac{١١}{١٢} = ١١$

وبجمع هذه المقادير على بعضها طرفا على طرف يحدث

$$(٥+٤+٨+١٢) \times \frac{١١}{١٢} > ٢+٣+٧+١١ \quad \text{أو}$$

$$\frac{١١}{١٢} > \frac{٢+٣+٧+١١}{٥+٤+٨+١٢}$$

الفصل الرابع

(تمرينات)

(١) اذا كانت النسبة بين طولين مساوية الى ٢٫٤ وكان الطول الاول مساويا ٤٫٥٠ متر فما مقدار طول الثانى

(٢) اذا كانت النسبة بين طولين مساوية الى $\frac{٥}{٩}$ وكان الطول الثانى مساويا الى ٤٥٫٦٠ مترا فما الطول الاول

(٣) اذا كانت النسبة بين كميتين مساوية الى $\frac{٣}{٤}$ وكانت الاولى تساوى $\frac{٩}{١١}$ فما مقدار الثانية

(٤) المطلوب البرهنة على أنه فى كل كسر اعتيادى يشمل حداه على عدد واحد من الارقام اذا كتبت أرقام البسط عدة مرات بجانب بعضها بحيث لا يتكون منها الا عدد واحد ثم كتبت أرقام المقام كذلك مرات بقدر عدد المرات التى استعملت فى البسط فان الكسر الناتج يتكون منه كسر مساو للاول

فالكسر $\frac{٢١}{٦٥} = \frac{٢١٢١}{٦٥٦٥} = \frac{٢١٢١٢١}{٦٥٦٥٦٥} = \frac{٢١٢١٢١٢١٢١٢١}{٦٥٦٥٦٥٦٥٦٥٦٥} = \ldots$

(٥) المطلوب ايجاد الرابع المتناسب للاعداد ٩ و ٨ و ٤٥.

(٦) المطلوب ايجاد الرابع المتناسب للاعداد $\frac{٣}{٤}$ و $\frac{٥}{٦}$ و $\frac{٢}{٧}$

(٧) المطلوب ايجاد الوسط المتناسب للعددين ١٦ و ٢٥

(تم الجزء الثانى ويليه الجزء الثالث)

(وأوله الباب الاول فى المقادير المتناسبة والقاعدة الثلاثية)


Bibliotheca Alexandrina
0501911